



# Inhoudsopgave

---

|       |                                                                                |    |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5     | Wisselstroom en wisselspanning.....                                            | 4  |
| 5.1   | Wat leer je in dit hoofdstuk.....                                              | 4  |
| 5.2   | -Wat is wisselstroom en wisselspanning.....                                    | 4  |
| 5.2.1 | Stroom die heen en weer gaat en spanning die van teken wisselt .....           | 4  |
| 5.2.2 | Vormen van wisselstroom en -spanning.....                                      | 4  |
| 5.3   | Periodiciteit en kenmerkende grootheden .....                                  | 6  |
| 5.4   | Mengvormen van gelijk- en wisselspanning of -stroom.....                       | 9  |
| 5.5   | Optellen van wisselstromen en -spanningen, vectordiagrammen.....               | 11 |
| 5.5.1 | Waarom moeten die dingen worden opgeteld? .....                                | 11 |
| 5.5.2 | Optellen bij gelijkstroom .....                                                | 11 |
| 5.5.3 | Optellen bij wisselstroom. De grafische methode. ....                          | 11 |
| 5.6   | Faseverschil tussen stroom en spanning .....                                   | 17 |
| 5.6.1 | Inleiding.....                                                                 | 17 |
| 5.6.2 | Condensatoren en wisselstroom.....                                             | 17 |
| 5.6.3 | Spoelen en wisselspanning .....                                                | 18 |
| 5.6.4 | Samenvatting: verschil in wisselstroomgedrag tussen condensator en spoel<br>19 |    |
| 5.6.5 | Van blok en driehoek naar sinus.....                                           | 20 |
| 5.6.6 | Ezelsbruggetjes .....                                                          | 22 |
| 5.7   | Reactantie, resonantie en impedantie .....                                     | 22 |
| 5.7.1 | Reactantie .....                                                               | 22 |
| 5.7.2 | Resonantie .....                                                               | 23 |
| 5.7.3 | Berekening van de resonantiefrequentie: vergelijking van Thomson .....         | 29 |
| 5.7.4 | Impedantie.....                                                                | 30 |
| 5.7.5 | Samengevat .....                                                               | 35 |
| 5.8   | Filters .....                                                                  | 36 |
| 5.8.1 | Inleiding.....                                                                 | 36 |
| 5.8.2 | Eenvoudige laagdoorlaatfilters .....                                           | 37 |
| 5.8.3 | Eenvoudige hoogdoorlaatfilters.....                                            | 40 |



|         |                                                   |    |
|---------|---------------------------------------------------|----|
| 5.8.4   | Bandfilters.....                                  | 42 |
| 5.8.5   | LC(R)-filters samengevat. ....                    | 49 |
| 5.8.6   | Andere filters met spoelen en condensatoren ..... | 50 |
| 5.9     | Niet-sinusvormige signalen .....                  | 51 |
| 5.9.1   | Ontbinding in sinusvormige signalen .....         | 51 |
| 5.9.2   | Effecten van filters .....                        | 53 |
| 5.10    | Opgaven.....                                      | 54 |
| 5.10.1  | Hoe werkt dit? .....                              | 54 |
| 5.10.2  | Opgave 5-1.....                                   | 55 |
| 5.10.3  | Opgave 5-2.....                                   | 56 |
| 5.10.4  | Opgave 5-3.....                                   | 57 |
| 5.10.5  | Opgave 5-4.....                                   | 58 |
| 5.10.6  | Opgave 5-5.....                                   | 59 |
| 5.10.7  | Opgave 5-6.....                                   | 60 |
| 5.10.8  | Opgave 5-7.....                                   | 61 |
| 5.10.9  | Opgave 5-8.....                                   | 62 |
| 5.10.10 | Opgave 5-9.....                                   | 63 |
| 5.10.11 | Opgave 5-10.....                                  | 64 |
| 5.10.12 | Opgave 5-11.....                                  | 65 |
| 5.10.13 | Opgave 5-12.....                                  | 66 |
| 5.10.14 | Opgave 5-13.....                                  | 67 |
| 5.10.15 | Opgave 5-14.....                                  | 68 |
| 5.10.16 | Opgave 5-15.....                                  | 69 |
| 5.10.17 | Opgave 5-16.....                                  | 70 |
| 5.10.18 | Opgave 5-17.....                                  | 71 |
| 5.10.19 | Opgave 5-18.....                                  | 72 |
| 5.11    | Uitwerkingen.....                                 | 73 |
| 5.11.1  | Uitwerking van Opgave 5-1 .....                   | 73 |
| 5.11.2  | Uitwerking van Opgave 5-2 .....                   | 74 |
| 5.11.3  | Uitwerking van Opgave 5-3 .....                   | 75 |
| 5.11.4  | Uitwerking van Opgave 5-4 .....                   | 76 |
| 5.11.5  | Uitwerking van Opgave 5-5 .....                   | 77 |



|         |                                  |    |
|---------|----------------------------------|----|
| 5.11.6  | Uitwerking van Opgave 5-6 .....  | 78 |
| 5.11.7  | Uitwerking van Opgave 5-7 .....  | 79 |
| 5.11.8  | Uitwerking van Opgave 5-8 .....  | 80 |
| 5.11.9  | Uitwerking van Opgave 5-9 .....  | 81 |
| 5.11.10 | Uitwerking van Opgave 5-10 ..... | 82 |
| 5.11.11 | Uitwerking van Opgave 5-11 ..... | 83 |
| 5.11.12 | Uitwerking van Opgave 5-12 ..... | 84 |
| 5.11.13 | Uitwerking van Opgave 5-13 ..... | 85 |
| 5.11.14 | Uitwerking van Opgave 5-14 ..... | 86 |
| 5.11.15 | Uitwerking van Opgave 5-15 ..... | 87 |
| 5.11.16 | Uitwerking van Opgave 5-16 ..... | 88 |
| 5.11.17 | Uitwerking van Opgave 5-17 ..... | 89 |
| 5.11.18 | Uitwerking van Opgave 5-18 ..... | 90 |



## 5 Wisselstroom en wisselspanning

### 5.1 Wat leer je in dit hoofdstuk

Tot nu toe hebben we het alleen gehad over gelijkstroom en -spanning. Dat is stroom of spanning die steeds dezelfde richting heeft of iets preciezer: die steeds dezelfde polariteit houdt. In dit hoofdstuk komen wisselstroom en wisselspanning aan bod. Die wisselt van polariteit. Voor het gemak praten we in deze inleidende sub-paragraaf ook over wisselstroom als we de combinatie van stroom en spanning bedoelen. Dat schrijft en leest gemakkelijker. Onderdelen als spoelen en condensatoren gedragen zich met wisselstroom anders dan met gelijkstroom. Daar gaan we uitvoerig op in.

Geluid is trillende lucht. Om daarvan een radiosignaal te maken, wordt die trilling in een microfoon omgezet in wisselstroom. Voordat radiosignalen 'de lucht ingaan' zijn ze een vorm van wisselstroom waarin de wisselstroom uit de microfoon op de één of andere manier is verwerkt.

Ontvangen radiosignalen worden weer in wisselstroom omgezet, zodra we ze in een ontvanger hebben 'gevangen'. Pas dan kunnen we de oorspronkelijke wisselstroom van de microfoon er weer uit terughalen en via een luidspreker of koptelefoon omzetten in dezelfde geluidstrillingen als er in de zender zijn ingestopt.

Voor 'microfoon' mag je hier ook seinsleutel, geluidskaart van een computer of iets anders dat signalen produceert, lezen. In dit hoofdstuk leer je wat weerstanden, spoelen en condensatoren met wisselstroom doen en hoe je daarvan gebruik kunt maken.

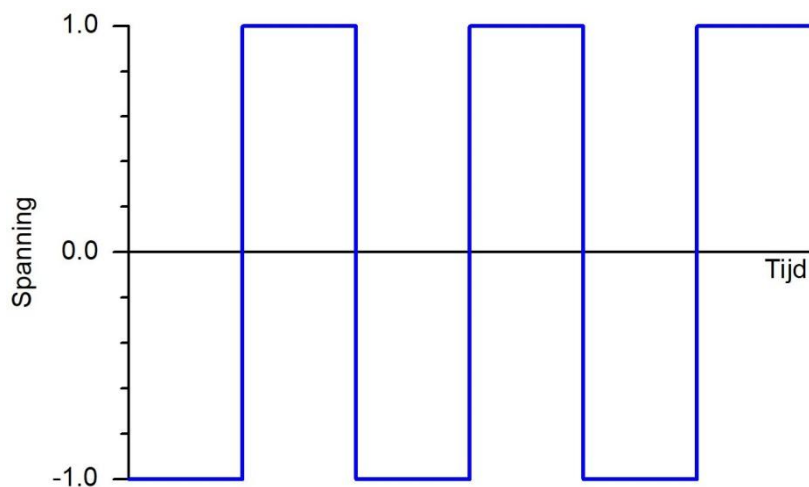
### 5.2 -Wat is wisselstroom en wisselspanning

#### 5.2.1 Stroom die heen en weer gaat en spanning die van teken wisselt

Wisselstroom is stroom die heen en weer gaat. Het is dus geen gelijkstroom, want gelijkstroom gaat (gemiddeld) steeds dezelfde kant op, wisselstroom wisselt van richting en is gemiddeld 0. Vandaar de naam. Stroom is lading per tijd. Dat is hetzelfde als elektronen per tijd. *Wisselspanning* wisselt van teken, dus van + naar – en van – naar +. Op een wandcontactdoos ('stopcontact') voor wisselspanning, onze bekende 220 V die nu bijna ongemerkt 230 V is geworden, zul je dus nooit een + of een – zien. Op een aansluiting voor gelijkspanning of –stroom, bijvoorbeeld van een accu, zie je die wel.

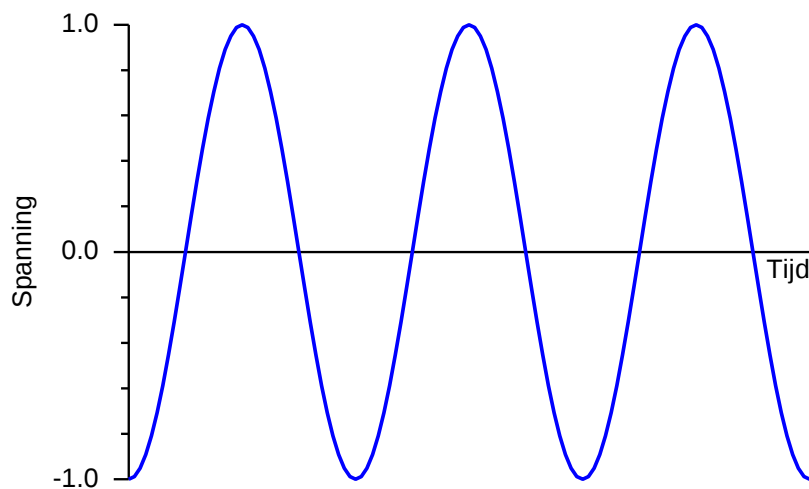
#### 5.2.2 Vormen van wisselstroom en -spanning

De eenvoudigste vorm van wisselspanning en -stroom is de blokgolf. Die ziet er op grafiek uit zoals zijn naam doet vermoeden (Figuur 5.2-1). De blokspanning (Figuur 5.2-1) springt van -1 (de eenheid doet er nu even niet toe) naar + 1, blijft daar een tijdje op staan, springt naar -1, blijft daar even lang op staan, en zo vervolgens. Eigenlijk is dit een gelijkspanning die met vaste regelmaat wordt omgepoold. Blokstroom is een gelijkstroom die met dezelfde vaste regelmaat van richting wisselt.



*Figuur 5.2-1. Blok golf. Op de verticale as staat de grootte spanning, maar er kan evengoed stroom staan.*

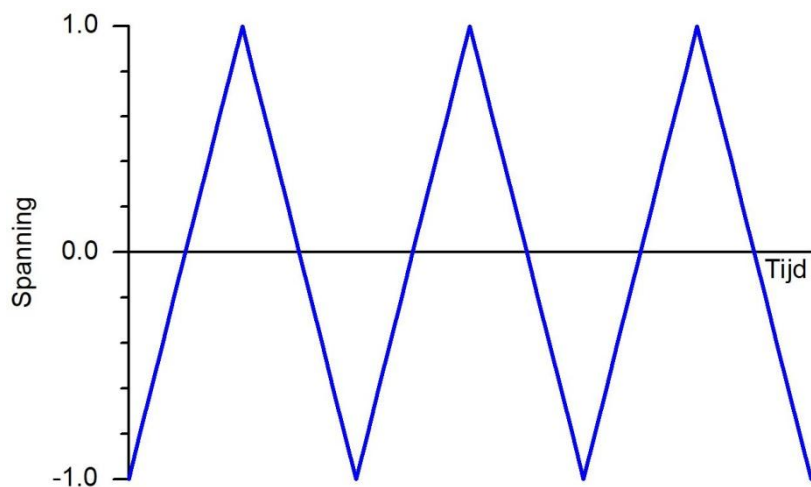
In Hoofdstuk 4 hebben we gezien dat zulke scherpe veranderingen ongewenste effecten zoals vonkoverslag in schakelingen met zelfinductie kunnen hebben, maar er zitten meer nadelen aan. Die komen verderop in de cursus aan de orde. De blok golf is dan ook niet de meest algemene vorm van wisselspanning of -stroom. Dat is de sinusvorm (Figuur 5.2-2).



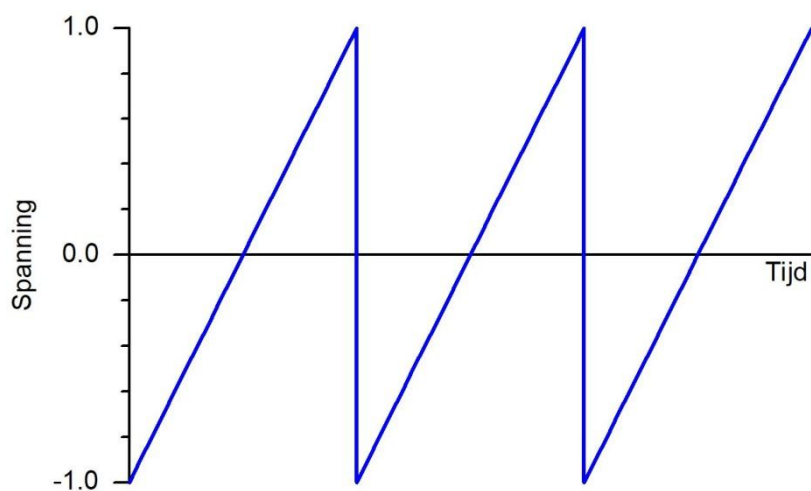
*Figuur 5.2-2. Sinus golf. Op de verticale as staat de grootte spanning, maar er kan evengoed stroom staan.*

De sinus heeft een veel vloeiender verloop dan de blok golf. In Hoofdstuk 2 zagen we dat hij is afgeleid van een cirkelbeweging. Dat is een vloeiende beweging. De blok golf is af te leiden van de beweging van een punt over de zijden van een vierkant: vier scherpe bewegingsveranderingen per rondgang.

Andere, maar zeker niet de enige vormen van wisselspanning, zijn de driehoeksgolf (Figuur 5.2-3) en de zaagtand (Figuur 5.2-4). Ze hebben elk hun toepassing in de elektronica.



Figuur 5.2-3. Driehoeksspanning

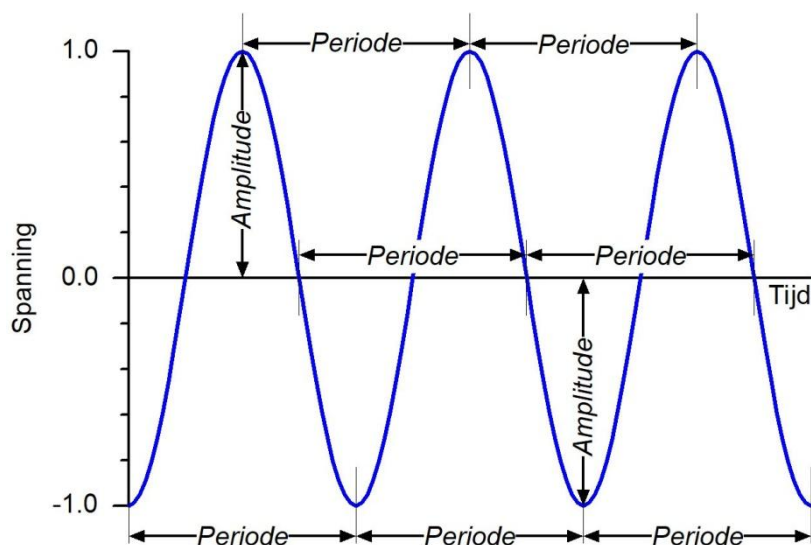


Figuur 5.2-4. Zaagtandspanning.

### 5.3 Periodiciteit en kenmerkende grootheden

Het hoofdkenmerk van periodieke golven is dat dezelfde vorm voortdurend terugkomt. Daar hoort een aantal grootheden bij. We beginnen met twee:

1. **De periodeduur** is de tijd waarin één volledige vorm of golf wordt gevormd. De periode is een ding, geen grootheid. De duur van de periode is dat wel. Meestal wordt hij aangegeven met de hoofdletter  $T$  van tijd. De periodeduur is te bepalen als de tijd tussen overeenkomstige punten op twee opeenvolgende golven. Hoe je  $T$  in een grafiek kunt vaststellen, is weergegeven in Figuur 5.3-1 met dezelfde sinusgolf als die in Figuur 5.2-2. De golf doorloopt in de figuur drie volledige perioden.
2. **De frequentie** is het aantal perioden per tijd. Het meest gebruikte symbool is  $f$ . De eenheid is de hertz (Hz). 1 Hz is één periode per seconde. Het lichtnet in Nederland en omringende landen heeft een frequentie van 50 perioden per seconde, dus 50 Hz.

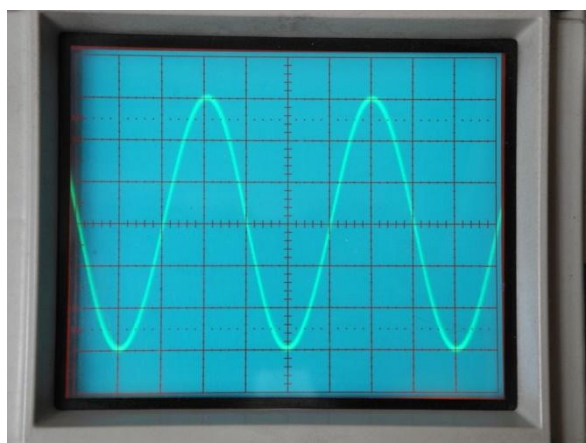


*Figuur 5.3-1. De sinusgolf van Figuur 5.2-2 en enkele manieren om de duur van een periode aan te geven. Alle periodepijlen in de figuur zijn even lang. De figuur toont drie volle perioden. Dat is het best te zien op de onderste punten. De amplitude (punt 3) kan alleen op de hoogste of laagste punten worden bepaald*

Het verband tussen frequentie  $f$  en periodeduur  $T$  is

$$f = \frac{1}{T} \text{ en dus ook } T = \frac{1}{f} \quad (5.3-1)$$

$T$  en  $f$  zijn dus elkaars omgekeerde. Bij een frequentie van 50 Hz duurt één periode van de netspanning  $1/50$  s. Dat is hetzelfde als 20 ms. Een oscilloscoopbeeld van een sinusvormige wisselspanning zien we op Foto 5.3-1.



*Foto 5.3-1. Oscilloscoopbeeld van een sinusgolf. Horizontale as: 0,5 ms per schaaldeel. Verticaal: 2 V per schaaldeel.*

In hoofdstuk 4 hebben we bij het op- en ontladen van condensatoren en in het filmpje over *inductie* al met dit instrument kennis gemaakt. Meer erover komt in hoofdstuk 15.



Met Foto 5.3-1 kunnen we periode en frequentie bepalen als we weten hoeveel tijd een schaaldeel op de horizontale as voorstelt. In dit geval is dat 0,5 ms (af te lezen op een hier niet zichtbaar deel van het knoppenpaneel). Tussen opeenvolgende toppen, opeenvolgende dalen en opeenvolgende opwaartse of neerwaartse passages door de horizontale as zitten steeds 4 schaaldelen. Eén periode is dus  $4 \cdot 0,5 \text{ ms} = 2 \text{ ms}$  lang. De frequentie is dan  $1/0,002 \text{ Hz} = 500 \text{ Hz}$ .

Andere grootheden naast periodeduur (1.) en frequentie (2.) zijn

3. **De amplitude**, meestal met symbool  $A$ .  $A$  is de maximale uitwijking uit de nulstand (soms ruststand genoemd). Verwar deze cursieve  $A$  voor de grootheid amplitude niet met de rechtopstaande  $A$  van de eenheid ampère! In Foto 5.3-1 is de nulpositie de horizontale as midden door het beeld. De verticale schaal is 2 V per schaaldeel.  $A$  is drie schaaldelen, dus  $3 \cdot 2 \text{ V}$  is 6V. De amplitude heet bij de meeste golfvormen ook wel **maximale waarde**. Bekijk als je wilt Figuur 5.3-1 nog een keer.
4. **De gemiddelde waarde** van een zuivere wisselstroom of –spanning is 0. Dat is goed te zien aan Figuur 5.2-1. De blokken boven en onder de nullijn zijn precies even groot. Bij een zuivere wisselstroom gaat lading heen en weer, maar na één periode is alles weer bij het oude, waarna een nieuwe periode begint. Dat geldt voor alle zuivere wisselspanningen of –stromen, dus ook voor de sinus in Figuur 5.2-2, de driehoek in Figuur 5.2-3 en de zaagtand in Figuur 5.2-4.  
**Maar....** De gemiddelde waarde van een halve sinusperiode is niet 0. Die is 2x de maximale waarde, gedeeld door  $\pi$ .  $\pi$  is afgerond 3,14.
5. **De effectieve waarde** van een wisselspanning of –stroom is niet 0. Een weerstand waar wisselstroom doorheen loopt, wordt warm. De richting van de stroom maakt dan niets uit. Daarom heeft een blokspanning met amplitude  $A = 1 \text{ V}$  ook een effectieve waarde  $U_{eff} = 1 \text{ V}$ . In de vorm van een algemeen geldende vergelijking is dat:  $U_{eff} = A$ . Bij een sinus is dat anders, omdat spanning en stroom) voortdurend van grootte veranderen. Voor een sinusvormige wisselspanning met maximum  $U_{max}$  die gelijk is aan de amplitude  $A$  geldt

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ of iets minder precies: } U_{eff} \approx 0,7 U_{max} \approx 0,7 A \quad (5.3-2)$$

En dus ook

$$U_{max} = A = U_{eff} \sqrt{2} \text{ of iets minder precies: } U_{max} = A \approx 1,4 U_{eff} \quad (5.3-3)$$

Wat voor de spanning  $U$  geldt, geldt ook voor de stroom  $I$ . Je mag in de vergelijkingen ( 5.3-2) en ( 5.3-3) dus zonder bezwaar  $U$  vervangen door  $I$ .  $A$  heeft dan de eenheid A (ampère)!

6. **De fase** van een wisselspanning is het deel van een periode dat sinds het begin ervan is gerealiseerd. Denk bijvoorbeeld aan de bouw van een huis: “de bouw verkeert in de

fase van het aanbrengen van de dakbedekking”.

We kennen *absolute* en *relatieve* fase.

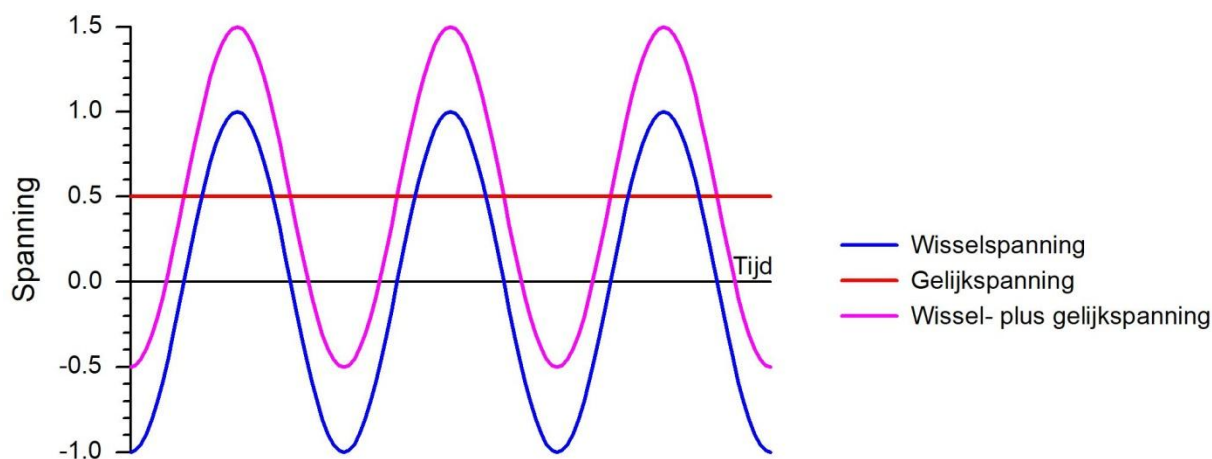
*Absolute fase* is de mate van vordering van een periode. Omdat alle perioden gelijk zijn, hoeven we niet terug naar het inschakeltijdstip van de wisselspanning. Bij een frequentie van 1 Hz duurt een periode 1 s. Na 0,5 s zijn we halverwege de periode. Bij een frequentie van 1 kHz is dat al na 0,5 ms het geval. Dat je bij het bepalen van de fase zowel frequentie als tijd nodig hebt, is onhandig. Daarom wordt fase bij voorkeur als hoek opgegeven. Dan betekent  $180^\circ$  voor iedere frequentie ‘halverwege de periode’. In radialen kan het ook. Eén periode is  $2\pi$  radialen, dus ‘halverwege de periode’ is dan  $\pi$ . En  $\frac{1}{2}\pi$  komt overeen met  $90^\circ$ .

*Relatieve fase* of faseverschil is het verschil in fase tussen twee wisselspanningen, wisselstromen of tussen een wisselspanning en een wisselstroom. Al is de frequentie van beide precies gelijk, dan hoeven ze in fase nog niet precies gelijk op te lopen. Met faseverschil maken we uitvoerig kennis bij het wisselstroomgedrag van spoelen en condensatoren, verderop in dit hoofdstuk.

7. **De momentele waarde** is de waarde op enig moment. Bedenk een willekeurige fasehoek en er hoort een momentele waarde bij.

## 5.4 Mengvormen van gelijk- en wisselspanning of -stroom

We beginnen met een niet-elektrisch voorbeeld van een mengvorm. Wie steeds twee gelijke stappen vooruit doet en één even grote stap terug, loopt weliswaar heen en weer, maar gemiddeld gezien vóóruit. In Figuur 5.4-1 zien we een elektrisch voorbeeld.

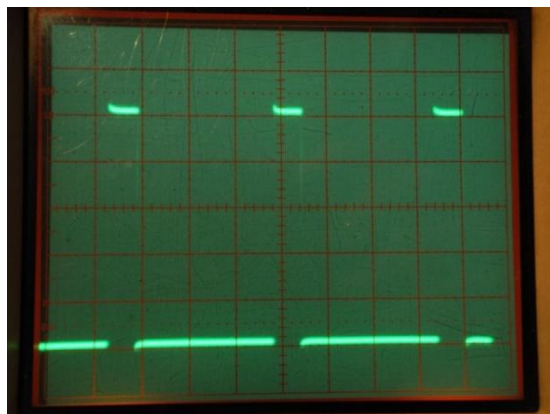


Figuur 5.4-1. Optelling van een sinusvormige wisselspanning en een gelijkspanning. *Blauw*: de zuivere wisselspanning; *rood*: gelijkspanning; *paars*: de som van gelijk- en wisselspanning, een onzuivere wisselspanning.

De blauwe sinus in Figuur 5.4-1 is dezelfde als die in Figuur 5.2-2. Het is een *zuivere wisselspanning*, want evenveel en even vaak positief als negatief. De horizontale rode lijn stelt een positieve gelijkspanning van 0,5 eenheden voor. De som van de blauwe sinus en de rode lijn is de paarse sinus. Die geeft een *onzuivere wisselspanning* weer. Hij komt in

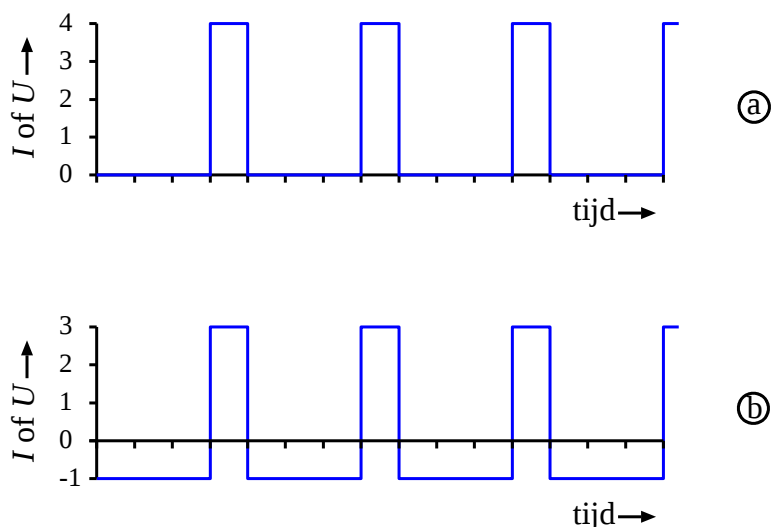
dit voorbeeld nog kleine stukjes onder de nullijn, maar het meeste ligt erboven. Ook als de paarse sinuskromme helemaal boven de nullijn zou liggen, is het nog steeds een onzuivere wisselspanning.

Maar wat te denken van de spanning afgebeeld in het oscilloscoopplaatje van Foto 5.4-1?



*Foto 5.4-1. Pulsspanning. Een pulsspanning lijkt op een blokspanning, maar bij een blokspanning zijn het hoge en het lage deel precies gelijk van duur. Bij een pulsspanning is dat niet zo.*

Dat is een pulsspanning, een soort blokspanning waarbij de breedte van het hoge blok ongelijk is aan die van het lage blok. Je kunt Foto 5.4-1 ook zien als een gelijkspanning met af en toe een uitschieter naar boven. Het omgekeerde, een gelijkspanning met af en toe een uitschieter naar beneden, kan even goed. Of het een zuivere of onzuivere wisselspanning is, kun je pas zeggen als je weet waar de nullijn ligt. Die bereken je met behulp van de gemiddelde spanning (of stroom). Dit is een onderwerp dat onder meer bij schakelende voedingen (hoofdstuk 10) van belang is. Daarom geven we een voorbeeld. Figuur 5.4-2 laat twee grafieken van een pulsvormige golf zien, a en b.



*Figuur 5.4-2. Pulsvormige golf. Of het stroom of spanning is doet er niet toe, vandaar "I of U" bij de verticale as. Afbeelding a: onzuivere wisselspanning/stroom; b: zuivere wisselspanning/stroom.*



De periode bestaat uit 4 tijdseenheden. In grafiek a is de grafiek gedurende 3 tijdseenheden gelijk aan 0 en gedurende 1 tijdseenheid gelijk aan 4. Samen per periode 4 tijdseenheden met de gemiddelde waarde van  $4/4$  is 1 verticale eenheid (stroom of spanning). Het gaat dan ook om een onzuivere wisselstroom of -spanning met een gelijkstroom- of -spanningsdeel van 1 eenheid. Laten we de grafiek 1 eenheid zakken, dan krijgen we grafiek b. Die toont een zuivere wisselstroom of -spanning. Door van een pulsformige golf het gemiddelde te berekenen, vind je de grootte van het gelijkstroomdeel en maak je er een zuivere golf van zonder bijmenging van gelijkstroom of -spanning.

## 5.5 Optellen van wisselstromen en –spanningen, vectordiagrammen

### 5.5.1 Waarom moeten die dingen worden opgeteld?

Optellen van wisselstromen en -spanningen is nodig bij het bepalen van de werking van zogenoemde frequentiefilters. Dat zijn schakelingen die de ene frequentie beter doorlaten dan de andere.

### 5.5.2 Optellen bij gelijkstroom

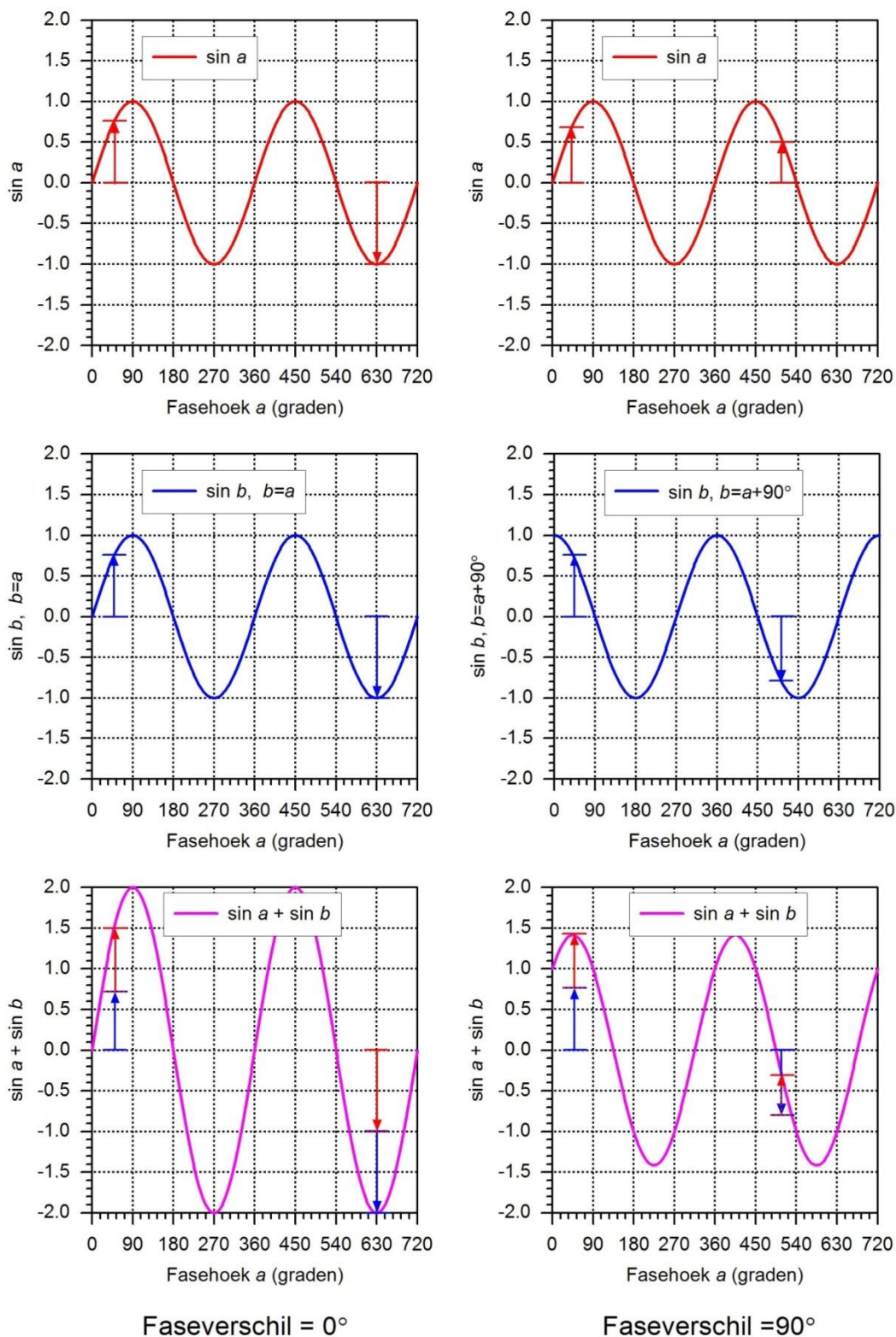
Bij gelijkstroom of -spanning is het leven van de opteller eenvoudig. Willen we twee stromen  $I_1$  en  $I_2$  van bijvoorbeeld 2A en 3A optellen, dan geldt

$$I_1 + I_2 = 2A + 3A = 5A$$

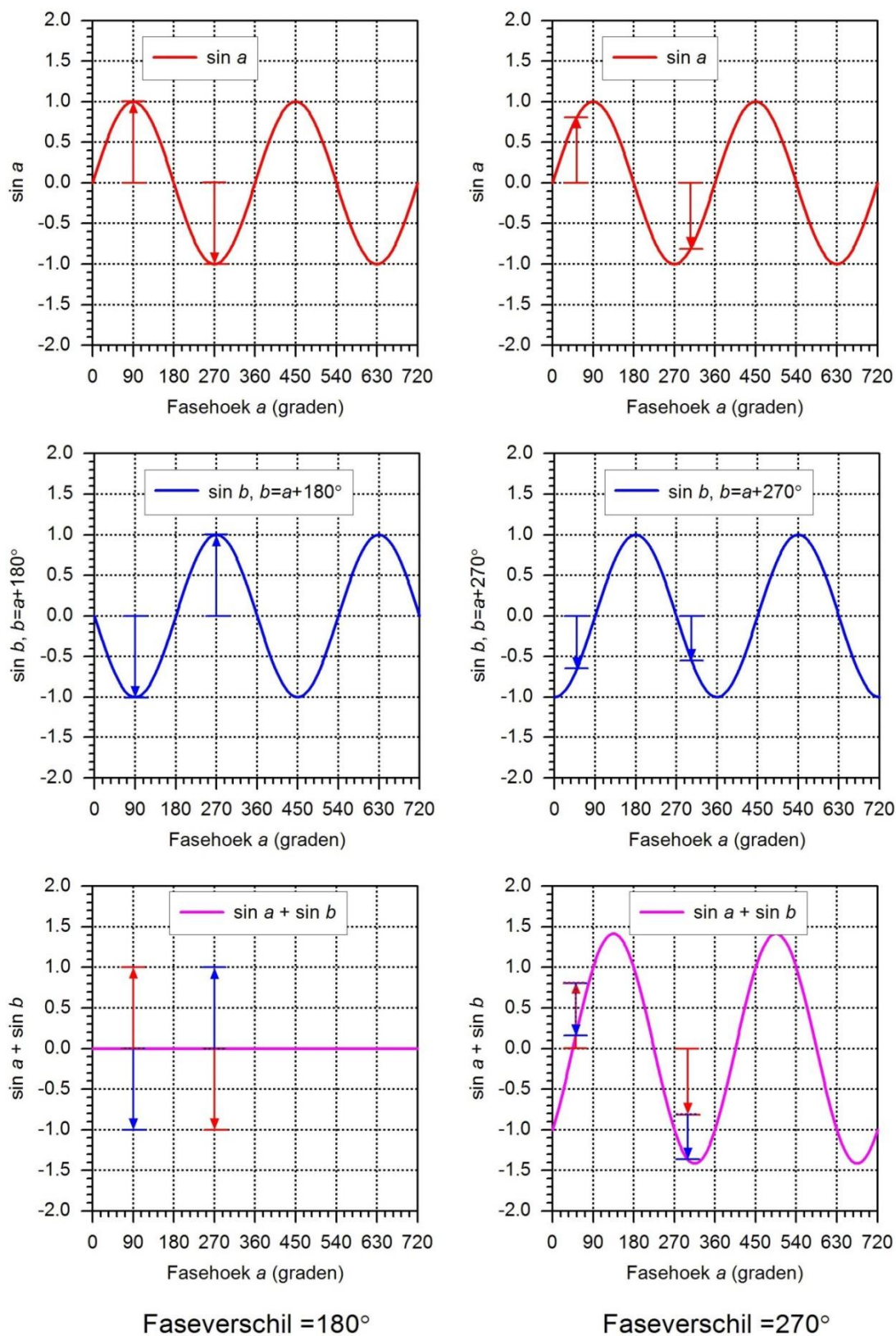
### 5.5.3 Optellen bij wisselstroom. De grafische methode.

Wisselstroom of –spanning optellen kan alleen op de gelijkstroommanier als beide stromen of spanningen dezelfde fase en frequentie hebben. Dat wordt zichtbaar als we twee sinussen in grafieken zetten en de grafieken bij elkaar optellen, zoals in Figuur 5.5-1 en Figuur 5.5-2. In de linker- en rechterhelft van beide figuren worden twee sinussen, één rood en één blauw, bij elkaar opgeteld. Voor het gemak hebben ze dezelfde amplitude gekregen, maar de fasen verschillen. De optelrichting is verticaal. De uitkomst is de paarse sinus. Optellingen bij verschillende frequenties blijven hier buiten beschouwing.

Grafieken tel je op door verticale afstanden tot de nullijn op te tellen. Posities boven de nullijn zijn positief, die eronder negatief. In elke set van drie grafieken wordt dat op twee plaatsen getoond met een rode pijl voor de rode grafiek en een blauwe pijl voor de blauwe. Zijn ze tegengesteld, dan kunnen ze over elkaar liggen. Let dan goed op positie en richting van de pijlpunten.



Figuur 5.5-1. Optellen (verticaal) van sinussen met gelijke amplitude en een faseverschil van  $0^\circ$  (links) en van  $90^\circ$  (rechts). De verticale pijlen vanaf de nullijn geven aan hoe de grafische optelling verloopt.



Figuur 5.5-2. Optellen (verticaal) van sinussen met gelijke amplitude en een faseverschil van 180° (links) en van 270° (rechts). De verticale pijlen vanaf de nullijn geven aan hoe de grafische optelling verloopt.



In Figuur 5.5-1 links is het faseverschil tussen de rode en de blauwe sinusvorm 0. De uitkomst van de optelling, de paarse sinus, heeft dan ook de dubbele amplitude van de rode en de blauwe. In alle andere gevallen is de amplitude van de som kleiner dan de dubbele waarde.

Als het faseverschil  $90^\circ$  is, (rechterdeel van Figuur 5.5-1) zien we dat amplitude van de paarse sinus blijft steken bij ongeveer 1,4. “Dat is verdacht dicht bij  $\sqrt{2}$ ”, zal de oplettende lezer misschien denken. Sterker: het is  $\sqrt{2}$ . Daarop komen we verderop terug.

Is het faseverschil  $180^\circ$  (Figuur 5.5-2 links), dan heffen beide sinussen elkaar op. Waar de blauwe sinus een positieve waarde heeft, heeft de rode een even grote negatieve waarde en omgekeerd. Beide sinussen zijn *in tegenfase*. Het resultaat van de optelling is overal 0, want beide sinussen zijn tegengesteld en even groot. Een amplitude van 0 dus. Merk op dat dit alleen zo is als beide amplitudes gelijk zijn. Is dat niet zo, dan blijft er een sinus over die in fase is met de grootste van de twee.

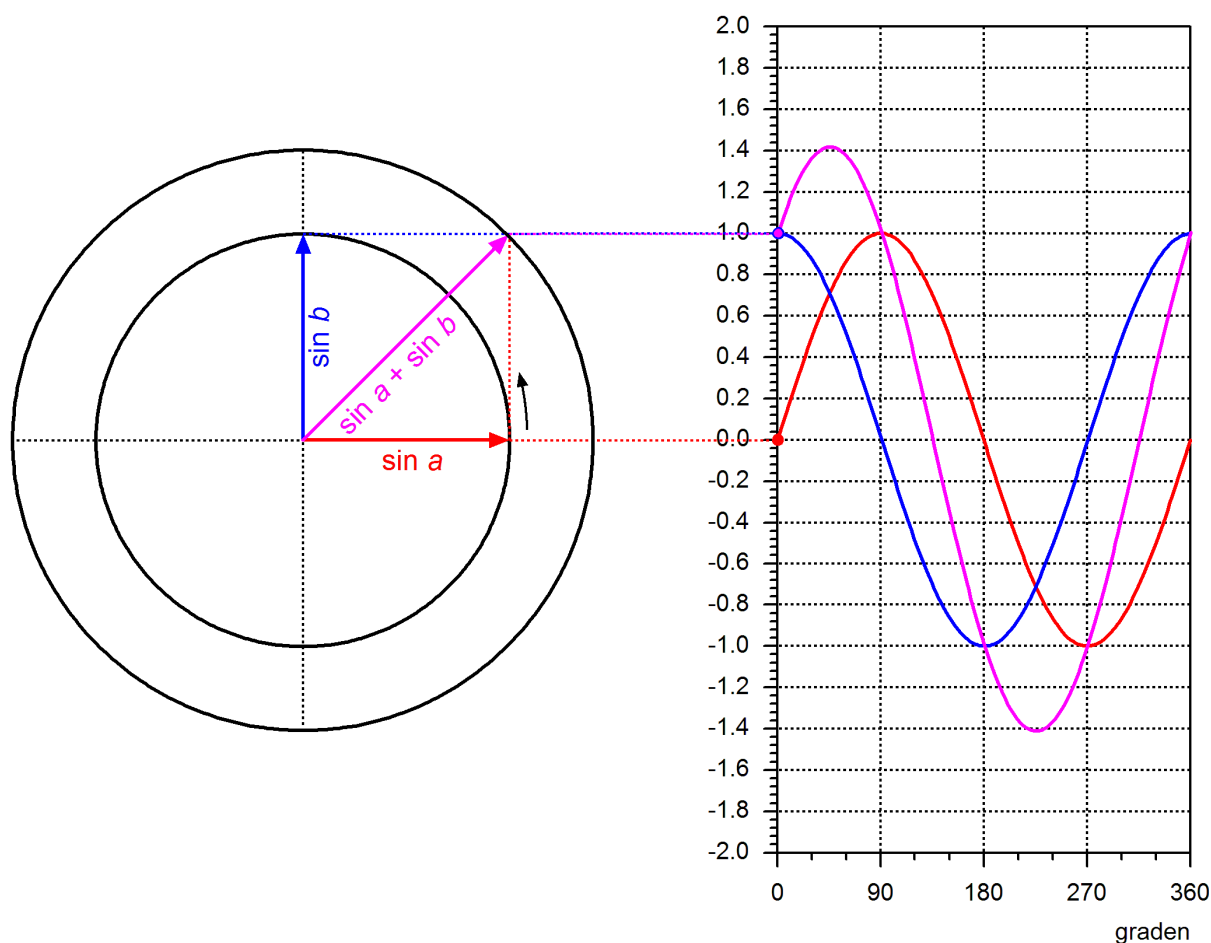
Bij een faseverschil van  $270^\circ$  (Figuur 5.5-2 rechts) krijgen we dezelfde amplitude als bij een faseverschil van  $90^\circ$  in Figuur 5.5-1 rechts, maar de fase is anders.

Opvallend is dat de uitkomst van alle optellingen weer een sinus is (inclusief één met een amplitude van 0). Dat geldt voor alle optellingen van sinussen met dezelfde periodeduur en dus dezelfde frequentie: **wat het fase- of amplitudeverschil ook is: er komt altijd weer een sinus uit de optelling.**

Het optellen van sinussen met gelijke of ongelijke fase en amplitude komt bij schakelingen met spoelen en condensatoren vaak voor. De grafische methode van Figuur 5.5-1 en Figuur 5.5-2 laat zien hoe het werkt, maar is in de praktijk omslachtig. Er is een eenvoudiger methode, de *vectoroptelling*. Examenopgaven met vectoroptellingen komen nog steeds voor, hoewel de vectoroptelling niet meer met zoveel woorden in de exameneisen staat.

De basis van de vectoroptelling is de cirkelbeweging. Elke sinusbeweging is daarvan afgeleid. Dat hebben we gezien in hoofdstuk 2. Terug dus naar de cirkel.

We nemen Figuur 5.5-1 rechts als voorbeeld. Daarin loopt  $\sin b$   $90^\circ$  vóór op  $\sin a$ . We brengen de sinusoptelling terug tot die cirkelbeweging. De voorstelling van de beginsituatie, waarin  $a=0$  en  $b=90^\circ$  (of in radialen:  $a=0$  en  $b=\frac{1}{2}\pi$ ) zien we in Figuur 5.5-3.

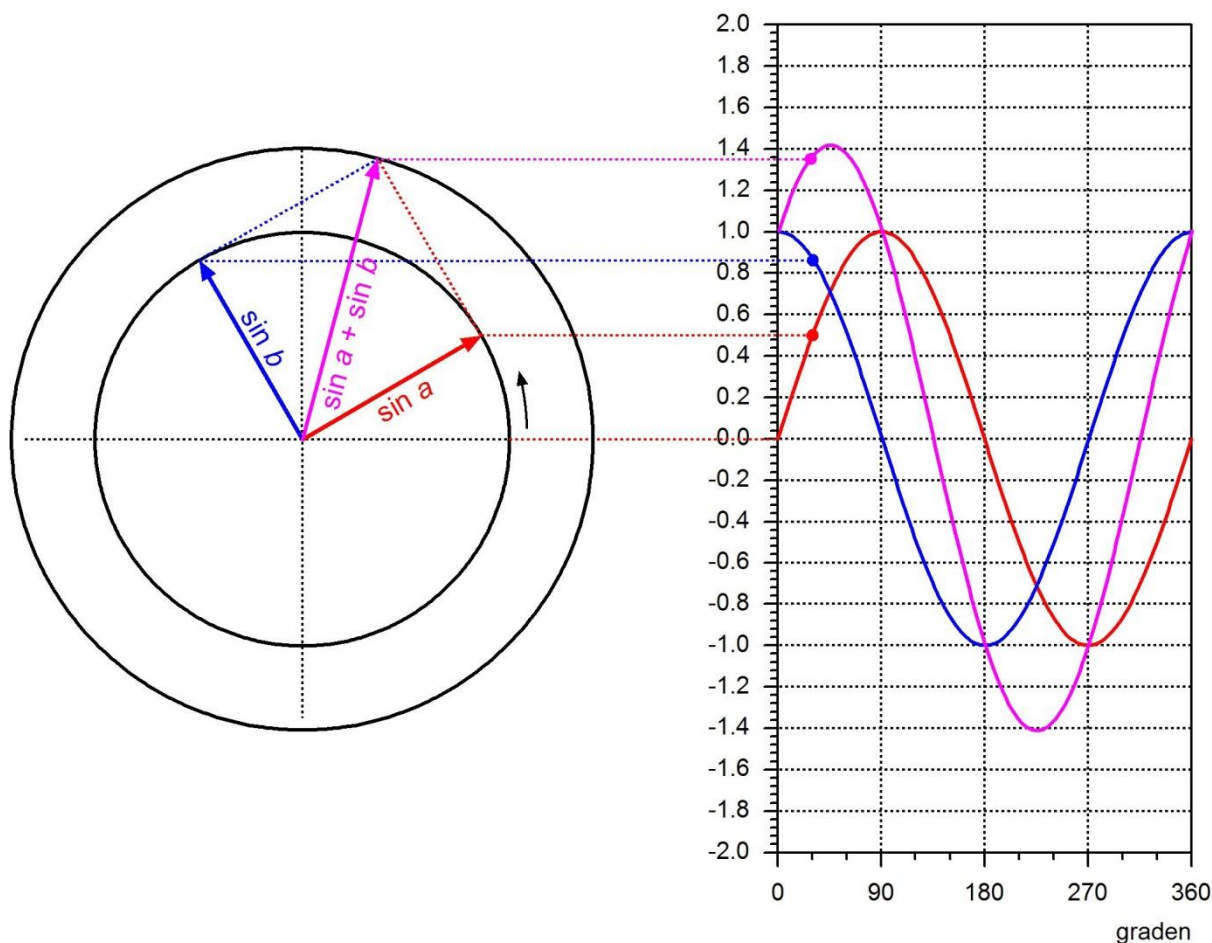


Figuur 5.5-3. Vectoroptelling van  $\sin a$  en  $\sin b$ , waarbij  $b=a+90^\circ$  en de amplitudes van  $\sin a$  en  $\sin b$  1 zijn.

De sinussen zijn hier voorgesteld door een pijl. Een pijl heeft een lengte en een richting. De lengte van de pijl stelt de amplitude van de sinus voor, de richting ervan de fase. Een grootte met een richting is een vector. Dat kwam al aan de orde in hoofdstuk 4, maar toen hoefden we met de richting niets te doen. Nu wel. De vectoren  $\sin a$  en  $\sin b$  zijn in Figuur 5.5-3 opgeteld tot  $\sin a + \sin b$ . De optelling heeft de vorm van een rechthoek, omdat de op te tellen vectoren loodrecht op elkaar staan. Dit soort optelling heet een *vectoroptelling*. Figuren met vectoroptelling staan bekend onder de naam *vectordiagram*.

Voor we daarmee verder gaan, eerst nog hetzelfde plaatje als Figuur 5.5-3, maar dan als alles  $30^\circ$  in fase is opgeschoven (Figuur 5.5-4). De figuur met de drie vectoren blijft in stand, maar alle vectoren zijn  $30^\circ$  gekanteld. De onderlinge hoeken blijven daardoor gelijk. De stippen op de sinuskrommen zijn opgeschoven naar een punt dat  $30^\circ$  naar rechts op de curve ligt. De somvector is even lang als in Figuur 5.5-3.

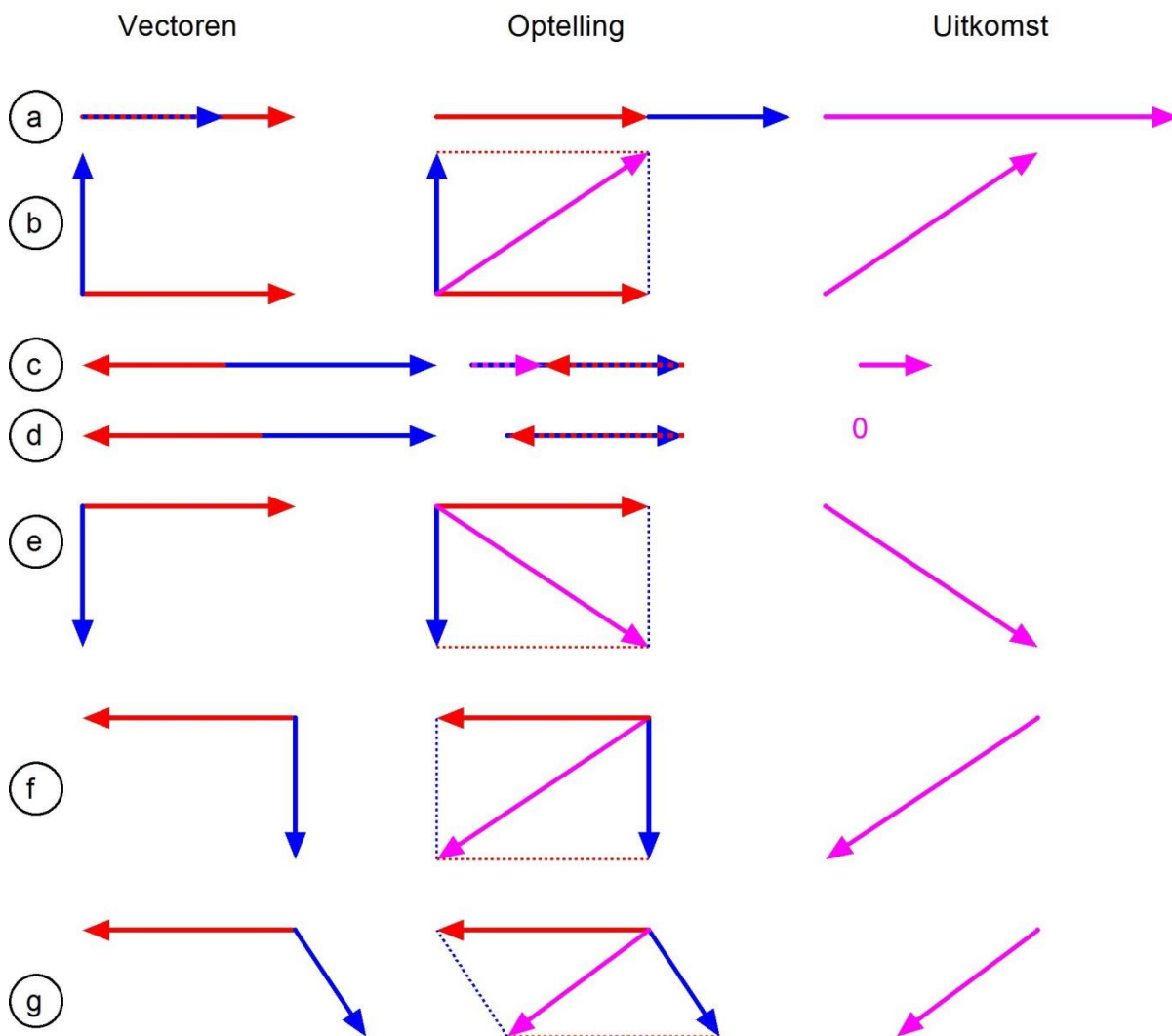
Bij de vectorvoorstelling van een wisselstroom of -spanning geeft de vectorlengte ófwel de amplitude ófwel de effectieve waarde aan (gebruik wel consequent dezelfde grootte in eenzelfde diagram). De richting van de vector geeft de fase aan.



Figuur 5.5-4. Zelfde figuur als Figuur 5.5-3, maar de vectoren zijn  $30^\circ$  in fase gedraaid en de stippen op de sinuskrommen zijn hun reis langs de bijbehorende kromme begonnen.

In Figuur 5.5-3 en Figuur 5.5-4 is de paarse vector de vectorsom van de rode en de blauwe. De som van vectoren die een onderlinge hoek hebben van  $90^\circ$  bereken je met de stelling van Pythagoras. De amplitude van  $\sin a$  en  $\sin b$  is 1. Volgens Pythagoras is de amplitude van  $\sin a + \sin b$  dan gelijk aan  $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ . Dat verklaart de amplitude van de paarse sinus in de rechterhelft van Figuur 5.5-1, maar ook in Figuur 5.5-3 en Figuur 5.5-4. Daar hadden de rode en de blauwe sinus ook een faseverschil van  $90^\circ$ . Ook in de rechterhelft van Figuur 5.5-2 zien we dat, want het faseverschil tussen  $0^\circ$  en  $270^\circ$  is ook  $90^\circ$ . “O ja?” denk je misschien. Ja, want  $0^\circ$  is hetzelfde als  $360^\circ$  en  $270 - 360 = -90$ . Het minteken verklaart het faseverschil tussen de uitkomsten van de rechteroptellingen van Figuur 5.5-1 en Figuur 5.5-2. De amplitude blijft dezelfde, want  $(-1)^2$  geeft dezelfde uitkomst als  $1^2$ , namelijk 1.

Bekijk, om wat meer gevoel voor vectoroptellingen te krijgen, Figuur 5.5-5 die een kleine verzameling vectoroptellingen toont.



Figuur 5.5-5. Verschillende vectoroptellingen. Rood-blauw gestippelde vectoren zijn een rode en een blauwe vector over elkaar heen.

## 5.6 Faseverschil tussen stroom en spanning

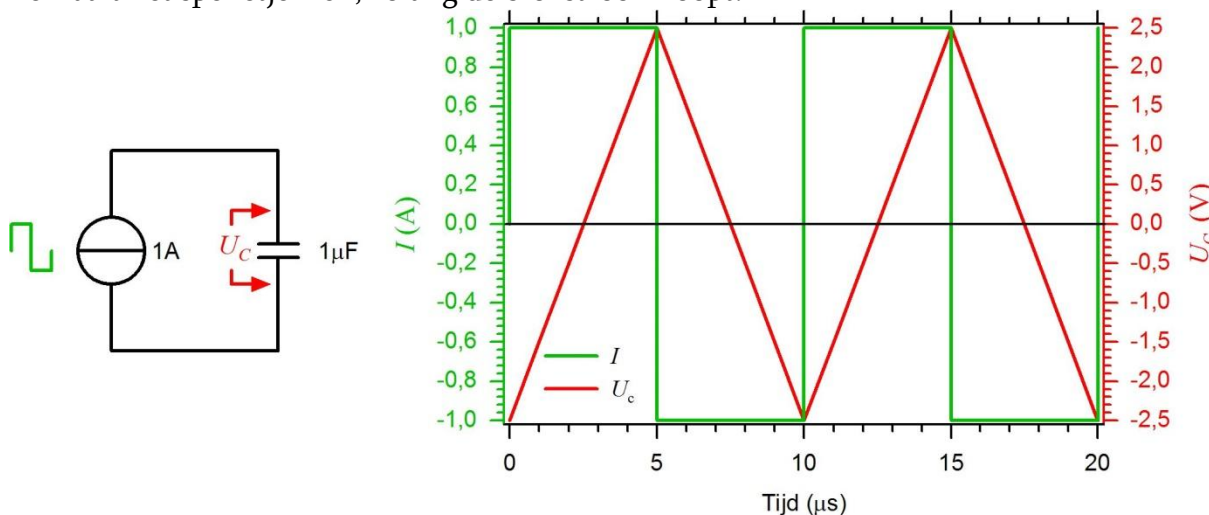
### 5.6.1 Inleiding

Als wisselstroom door een weerstand loopt, zijn stroom en spanning *in fase*. Dat wil zeggen dat het faseverschil 0 is. Als er spoelen en/of condensatoren in een schakeling zitten, is dat vrijwel nooit het geval. De vraag is hoe dat komt en welke gevolgen het heeft. Het gelijkstroomgedrag van condensatoren en spoelen hebben we in Hoofdstuk 4 besproken. We beginnen met het wisselstroomgedrag van condensatoren.

### 5.6.2 Condensatoren en wisselstroom

Als een condensator wordt gevoed met gelijkstroom, verandert de spanning zolang de stroom loopt. Bij een stroom van 1A en een condensator C met  $C = 1 \text{ F}$  verandert de spanning rechtlijnig met 1 V/s. Bij een meer gangbare capaciteit, zoals 1  $\mu\text{F}$ , is dat 1V/ $\mu\text{s}$ , wat hetzelfde is als 1MV/s. In Figuur 5.6-1 zien we de uitwerking van een wisselstroom

van 1 A (groene verticale as links) in de vorm van een blokgolf met een frequentie van 0,1 MHz op de spanning over een condensator van 1  $\mu\text{F}$ . De positieve helft van de periode duurt 5  $\mu\text{s}$  en de spanning over de condensator (rechter verticale as, rood) neemt dan ook met 5 V toe. In dit geval van -2,5 naar +2,5 V. Tijdens de even lange negatieve periodehelft van de stroom gebeurt het omgekeerde: van +2,5 V naar -2,5 V. Daarna herhaalt het spelletje zich, zolang de blokstroom loopt.



Figuur 5.6-1. Een zuivere wisselstroom (groen) in de vorm van een blokgolf leidt tot een driehoeksspanning (rood) over een condensator.

Hier gebeurt iets bijzonders. We stoppen een blokstroom in de condensator en krijgen een driehoeksspanning terug. In 5.2.2 zagen we dat een blokgolf niets anders is dan een in vaste regelmaat omgepoolde gelijkstroom of –gelijkspanning. Wat we hier zien is eigenlijk gelijkstroomgedrag dat we in Hoofdstuk 4 zagen: een gelijkstroom leidt –afhankelijk van de richting– tot een constante toe- of afname van de spanning over de condensator.

Dit is dus wat anders dan bij een weerstand, waar een constante stroom een constante spanning oplevert en omgekeerd. Een blokstroom door een weerstand levert dus wél een blokspanning over diezelfde weerstand.

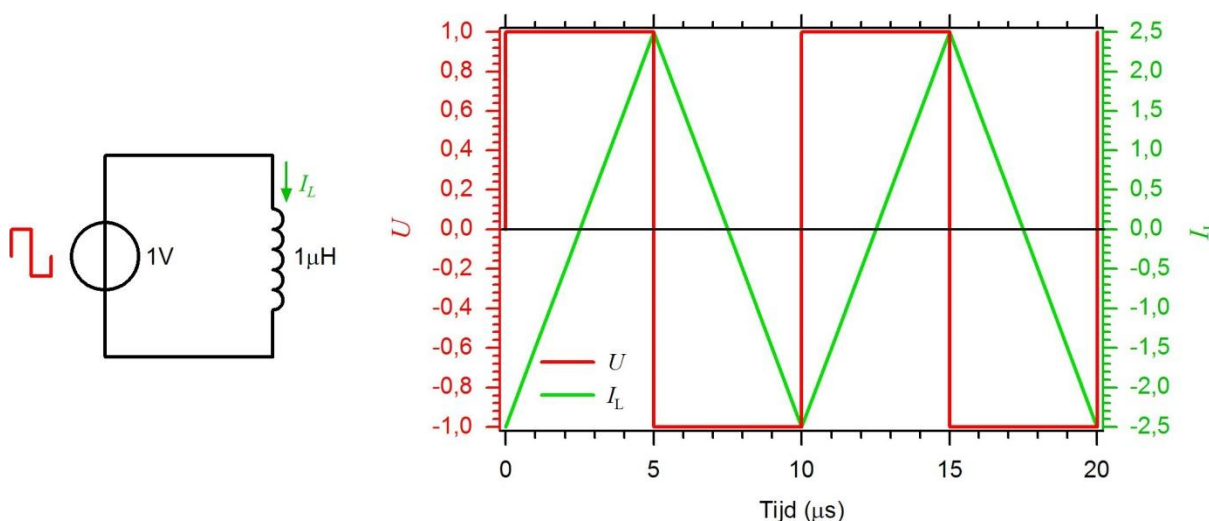
De posities van hoogste en laagste punten van de driehoeken zijn duidelijk. Bij de blokken zijn er geen hoogste en laagste punten, alleen hoogste en laagste stukken lijn. De middens van de blokken liggen een kwart ( $\frac{1}{4}$ ) periode links van de hoogste en laagste punten van de driehoeken. De driehoeksspanning lijkt dus achter te lopen op de blokstroom, want de top wordt later bereikt. Bij sinusvormige stromen zullen we dat uitvoeriger bekijken, maar we gaan eerst zien wat er bij spoelen gebeurt.

### 5.6.3 Spoelen en wisselspanning

Bij de condensator leidt een constante stroom tot een constante toe- of afname van de spanning, zagen we. In Hoofdstuk 4 bleek een constante gelijkspanning over een spoel te leiden tot een constante toe- of afname van de stroom door die spoel. Dan denk je al gauw

dat Figuur 5.6-1 met verwisseling van stroom en spanning van toepassing is op een spoel. Dat werken we uit.

Bij een spanning van 1V over een spoel met een zelfinductie van 1 H neemt de stroom toe met 1 A/s. Bij een zelfinductie van 1  $\mu\text{H}$  is dat 1A/ $\mu\text{s}$  of 1MA/s. In Figuur 5.6-2 is dat weergegeven. Figuur 5.6-2 ziet er bijna net zo uit als Figuur 5.6-1, maar met verwisselde kleuren rood en groen. Het verschil met Figuur 5.6-1 is inderdaad dat stroom en spanning zijn verwisseld. Een blokspanning over een spoel leidt tot een driehoeksstroom door de spoel.



Figuur 5.6-2. Een zuivere wisselspanning (rood) in de vorm van een blokgolf leidt tot een driehoekswisselstroom (groen) door een spoel.

De posities van hoogste en laagste punten van de driehoeken zijn ook in Figuur 5.6-2 duidelijk. Bij de blokken zijn er opnieuw alleen hoogste en laagste stukken lijn. De middens liggen een kwart periode links van de hoogste en laagste punten van de driehoeken. Alleen vertegenwoordigen hier de driehoeken de stroom en de blokken de spanning. Bij de spoel lijkt de stroom dus achter te lopen op de spanning. Omdat vergeleken met de condensator in 5.6.2 stroom en spanning zijn verwisseld, kan dit voor de lezer geen grote verrassing zijn.

#### 5.6.4 Samenvatting: verschil in wisselstroomgedrag tussen condensator en spoel

In Figuur 5.6-1 is de verandering van de spanning over de condensator (= de helling van de driehoekszijden) op ieder moment evenredig met de momentele waarde van de blokstroom. Omdat de blokstroom maar twee waarden heeft, +1A en -1A, zijn er ook maar twee rechte hellingen, één omhoog en één even steile omlaag.

Wordt de capaciteit  $C$  twee keer zo groot, dan gaat bij dezelfde stroom de verandering van de spanning twee keer zo langzaam en omgekeerd:  $C$  twee keer zo klein, verandering twee keer zo snel. **De snelheid van verandering van de spanning  $U$  is evenredig met de stroom  $I$  en omgekeerd evenredig met de capaciteit  $C$ .**



In Figuur 5.6-2 is de verandering van de stroom door de spoel, de helling van de driehoekszijden dus, evenredig met de momentele waarde van de blokspanning. Ook die heeft maar twee waarden: +1V en -1V en er zijn dus ook maar twee rechte hellingen, omhoog en omlaag.

Bij een spoel is de verandering van de stroom evenredig met de momentele waarde van de spanning. Wordt  $L$  twee keer zo groot, dan neemt de stroom twee keer zo langzaam toe; is  $L$  twee keer zo klein, dan neemt de stroom twee keer zo snel toe. **De snelheid van verandering van de stroom  $I$  is evenredig met de spanning  $U$  en omgekeerd evenredig met de zelfinductie  $L$ .**

**Conclusie:** Het wisselstroomgedrag van spoel en condensator verschilt alleen in de verwisseling van stroom en spanning.

### 5.6.5 Van blok en driehoek naar sinus

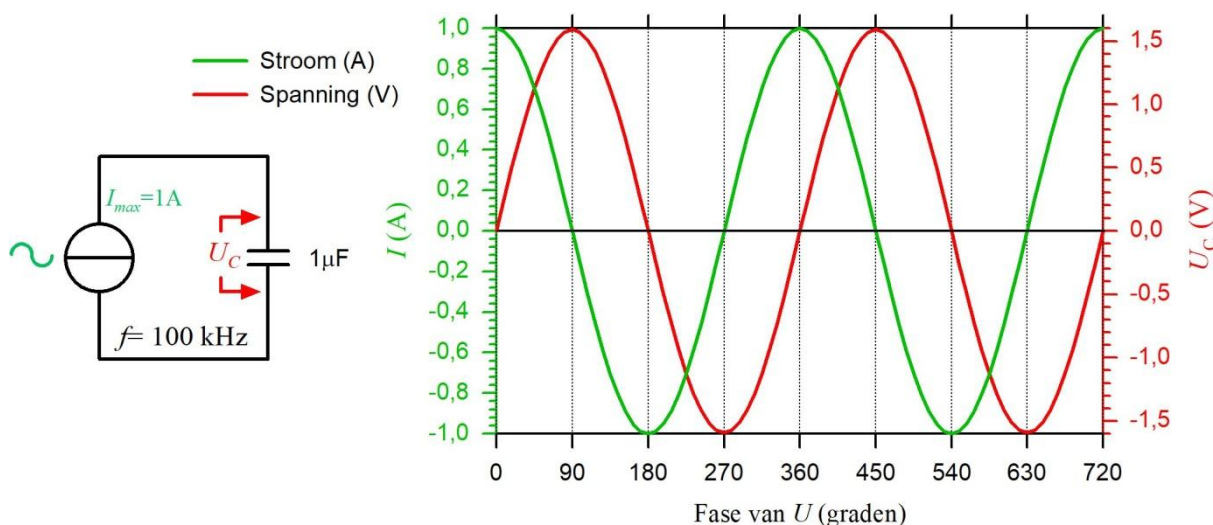
Het gedrag van sinusvormige stromen en spanningen met condensatoren en spoelen is lastiger te beredeneren dan dat van blokvormige stromen en spanningen. Je hebt er een vorm van wiskunde bij nodig die geen onderdeel is van het zendexamen. Die behandelen we dus ook niet. Maar bij de blokken en driehoeken hebben we het volgende gezien:

- Bij een condensator is de stroom  $I$  bepalend voor de verandering van de spanning  $U_C$  over de condensator: **De verandering van  $U_C$  wordt bepaald door de grootte van  $I$  en  $C$ .**
- Bij een spoel is de spanning  $U$  bepalend voor de verandering van de stroom  $I$ : **De verandering van  $I$  wordt bepaald door de grootte van  $U$  en  $L$ .**

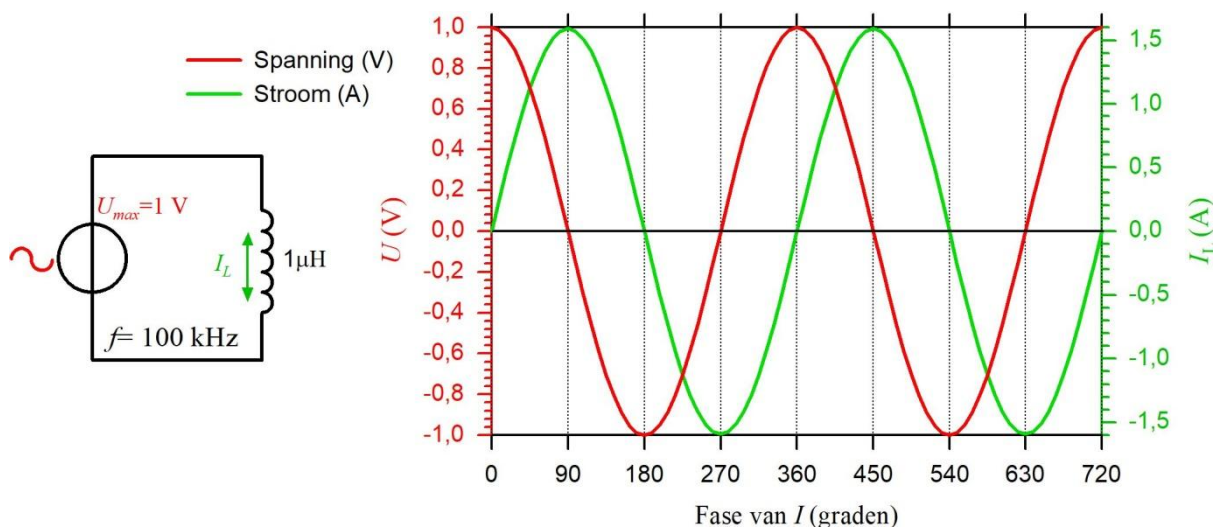
We beweren zonder wiskundig bewijs

- Als bij een condensator  $I$  sinusvormig in plaats van rechthoekig verloopt, **is  $U_C$  ook sinusvormig, maar loopt 90° achter op  $I$ .** Afgezien van de sinusvorm lijkt dat enigszins op wat er in Figuur 5.6-1 gebeurt.
- Als bij een spoel  $U$  sinusvormig in plaats van rechthoekig verloopt, **is  $I$  ook sinusvormig, maar loopt 90° achter op  $U$ .** Afgezien van de sinusvorm lijkt dat enigszins op wat er in Figuur 5.6-2 gebeurt.

In Figuur 5.6-3 en (Figuur 5.6-4 zien we het gedrag van sinusvormige wisselstroom in combinatie met condensatoren en spoelen. Dat is duidelijk anders dan in Figuur 5.6-1 en Figuur 5.6-2. De sinus blijft een sinus en er is alleen een verandering in fase.



Figuur 5.6-3. Dezelfde figuur als Figuur 5.6-1, maar nu voor een sinusvormige wisselstroom door een condensator. De golfvorm van de spanning blijft nu sinusvormig, maar loopt 90 graden achter op de stroom. Let op het verschil in de schalen op de verticale assen. De grafiek is berekend voor de erin aangegeven stroom  $I$ , capaciteit  $C$  en frequentie  $f$ .



(Figuur 5.6-4. Dezelfde figuur als Figuur 5.6-2, maar nu voor een sinusvormige spanning over een spoel. De golfvorm van de stroom blijft sinusvormig, maar loopt 90 graden achter op de spanning. Let op het verschil in de schalen op de verticale assen. De grafiek is berekend voor de erin aangegeven spanning  $U$ , capaciteit  $C$  en frequentie  $f$ .

Het faseverschil tussen stroom en spanning in beide figuren is ook zonder wiskunde wel enigszins te beredeneren, bijvoorbeeld met de blok- en driehoeksgrafieken in 5.6.2 en 5.6.3, maar we kunnen nog wel iets verder gaan.

We hebben in zowel Figuur 5.6-3 als (Figuur 5.6-4 te maken met twee sinusgrafieken. Je mag de sinus die links op een waarde 1 begint, zien als oorzaak. Dat is in Figuur 5.6-3 de

stroom en in (Figuur 5.6-4) de spanning. De andere sinus is dan het gevolg. Het gevolg loopt achter de oorzaak aan. In de natuurkunde wordt nu eenmaal niet gereageerd op de toekomst. In Figuur 5.6-3 is de stroom het sterkst op het maximum en het minimum van de groene kromme. Op die punten moet de verandering van de spanning over de condensator het grootst zijn. Dan moet daar de helling van de rode sinus het steilst zijn. Dat is waar die de nullijn snijdt en daar is de helling ervan inderdaad het steilst.

Bij de spoel ((Figuur 5.6-4) is het –vanzelfsprekend- omgekeerd. De stroomtoename is het grootst als de spanning over de spoel op maximum of minimum zit. Dan zijn de hellingen van de stroomsinus op hun steilst.

### 5.6.6 Ezelsbruggetjes

Om het verschil in fase tussen stroom en spanning bij C en L te onthouden als het met beredeneren niet lukt, kennen we verschillende ezelsbruggetjes. De kortste is LUI. Bij een spoel L loopt  $U$  voor op  $I$ . Bij een condensator is het andersom:  $I$  loopt voor op  $U$ . CIU kun je ook proberen te onthouden, maar het is geen bestaand woord. Een oudere ezelsbrug is LEICIE. Die stamt uit de tijd dat men voor spanning  $E$  in plaats van  $U$  schreef. Bij L komt  $E$  vóór  $I$  en bij C komt  $I$  vóór  $E$ .

## 5.7 Reactantie, resonantie en impedantie

### 5.7.1 Reactantie

Zetten we een wisselspanning over een condensator, dan loopt er elke periode een hoeveelheid lading in en uit. Zich verplaatsende lading is stroom. Als de amplitude van de wisselspanning gelijk blijft, is de verplaatste lading  $Q$  elke periode even groot. Bij toenemende frequentie, dus meer perioden in dezelfde tijd, gaat de lading steeds sneller de condensator in en uit. Dan wordt de wisselstroom in en uit de condensator dus steeds groter. Bij afnemende frequentie gebeurt het omgekeerde. Het lijkt dus of een condensator een weerstand heeft die afneemt met toenemende frequentie en toeneemt met afnemende frequentie. Het is een schijnbare weerstand, want er loopt (praktisch) geen stroom door het diëlektricum. Zo'n schijnbare weerstand heet *reactantie*. Het symbool voor reactantie is  $X$ . De eenheid is ohm, net als bij weerstand. De reactantie van een condensator wordt meestal geschreven als  $X_C$ .  $X_C$  hangt af van de frequentie  $f$  en dus ook van de hoekfrequentie  $\omega$  ( $\omega = 2\pi f$ , zie Hoofdstuk 2) en van de capaciteit  $C$ . Naast de term *hoekfrequentie* worden ook *cirkelfrequentie* en *hoeksnelheid* gebruikt. Ze betekenen alle drie hetzelfde en we zullen ze door elkaar gebruiken.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C} \quad (5.7-1)$$

Het verband van  $X_C$  met stroom en spanning is dan volgens de wet van Ohm

$$U_{eff} = I_{eff} X_C \quad (5.7-2)$$

Combineren van (5.7-2) met (5.7-1) levert



$$U_{eff} = \frac{I_{eff}}{\omega C} \quad (5.7-3)$$

En

$$I_{eff} = U_{eff} \omega C \quad (5.7-4)$$

Bij een spoel werkt het omgekeerd. Die heeft ook een reactantie. Die schrijven we meestal als  $X_L$ .  $X_L$  wordt groter naarmate de frequentie hoger is. Dat is te begrijpen als we ons realiseren dat bij toenemende frequentie het magnetisch veld van de spoel steeds sneller moet veranderen. Als een magnetisch veld verandert, werkt het de oorzaak van die verandering tegen. Hoe sneller de verandering, des te sterker is de tegenwerking. Voor  $X_L$  geldt dan ook het omgekeerde van  $X_C$ :

$$X_L = 2\pi fL = \omega L \quad (5.7-5)$$

Ook hier geldt de wet van Ohm, dus

$$U_{eff} = I_{eff} X_L \quad (5.7-6)$$

En combineren van ( 5.7-5) en ( 5.7-6) geeft in dit geval

$$U_{eff} = I_{eff} \omega L \quad (5.7-7)$$

En dus ook

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{\omega L} \quad (5.7-8)$$

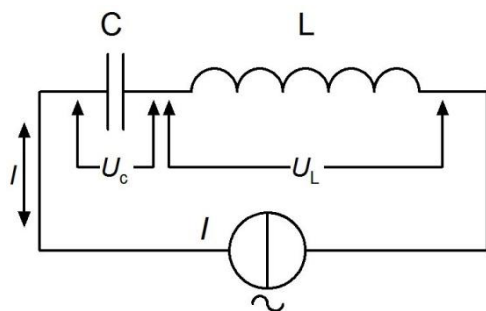
We hanteren hier bij voorkeur  $\omega$ . De reden is dat  $\omega$  in alle rekenwerk aan spoelen en condensatoren terugkomt. Geen perioden per tijd, zoals bij de frequentie, maar radialen per tijd. Zoals in hoofdstuk 2 al is gezegd: de radiaal en niet de 360° van de cirkel of de daarvan afgeleide periode is het getal 1 onder de hoeken.

Vul in vergelijkingen ( 5.7-1) en ( 5.7-5) voor de hoeksnelheid 0 in, dat betekent gelijkstroom of gelijkspanning.  $X_C$  wordt dan oneindig en  $X_L$  wordt 0. Dat was te verwachten, want door een diëlektricum loopt geen stroom en een spoel is voor gelijkstroom niet meer dan een stuk draad.

## 5.7.2 Resonantie

### Seriekring

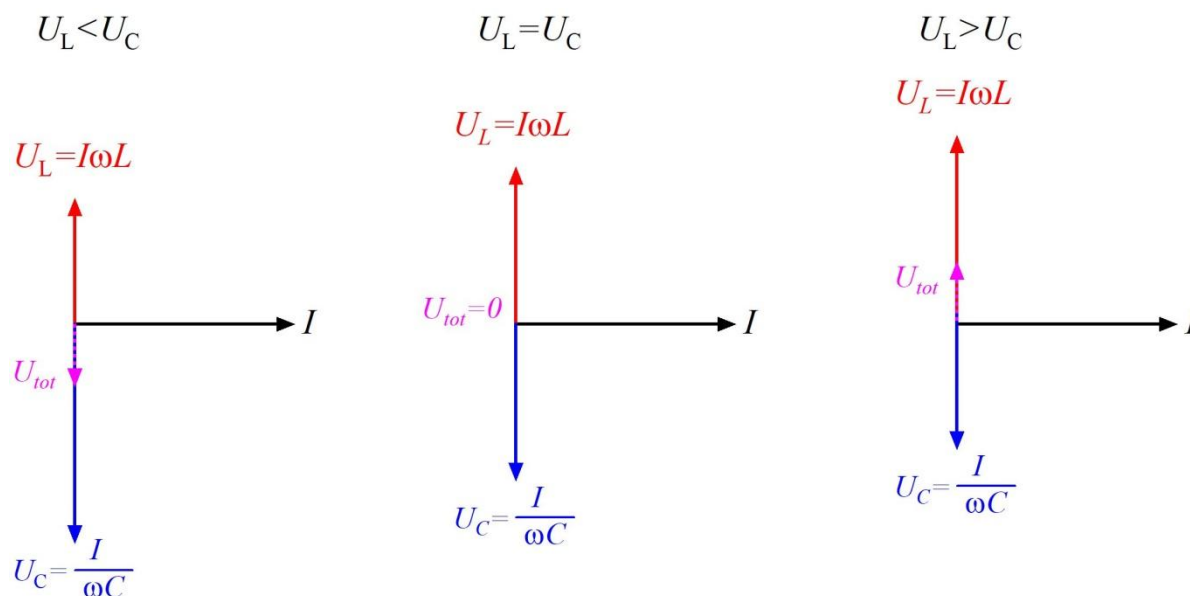
We hebben gezien dat condensator en spoel tegengesteld reageren op toe- en afname van de frequentie. Er is nog iets waarin ze zich tegengesteld gedragen. Bij de condensator loopt de stroom  $90^\circ = \frac{1}{2}\pi$  in fase vóór op de spanning en bij de spoel loopt de stroom  $90^\circ = \frac{1}{2}\pi$  achter op de spanning (LUI of LEICIE). Zet nu eens een spoel en een condensator achter elkaar, dus in serie (Figuur 5.7-1).



Figuur 5.7-1. Serieschakeling van spoel en condensator met wisselstroombron.

De stroom  $I$  loopt door  $L$  en  $C$ , want ze staan in serie. Maar de spanning  $U_C$  over  $C$  loopt  $90^\circ = \frac{1}{2} \pi$  achter op  $I$  en de spanning  $U_L$  over  $L$  loopt  $90^\circ = \frac{1}{2} \pi$  vóór op  $I$ . Ten opzichte van elkaar lopen de twee spanningen dus  $180^\circ = \pi$  uit de pas. Ze zijn, zoals dat heet, ten opzichte van elkaar *in tegenfase*. In een vectorgrafiek ziet dat eruit als in Figuur 5.7-2. Daarin is de stroom  $I$  de constante en  $U$  gelijk aan stroom maal reactantie. Hier gelden dus de vergelijkingen ( 5.7-3) en ( 5.7-7).

Er zijn nu drie mogelijkheden:  $U_L < U_C$ ,  $U_L = U_C$  of  $U_L > U_C$ . Vectordiagrammen van alle drie staan in Figuur 5.7-2.



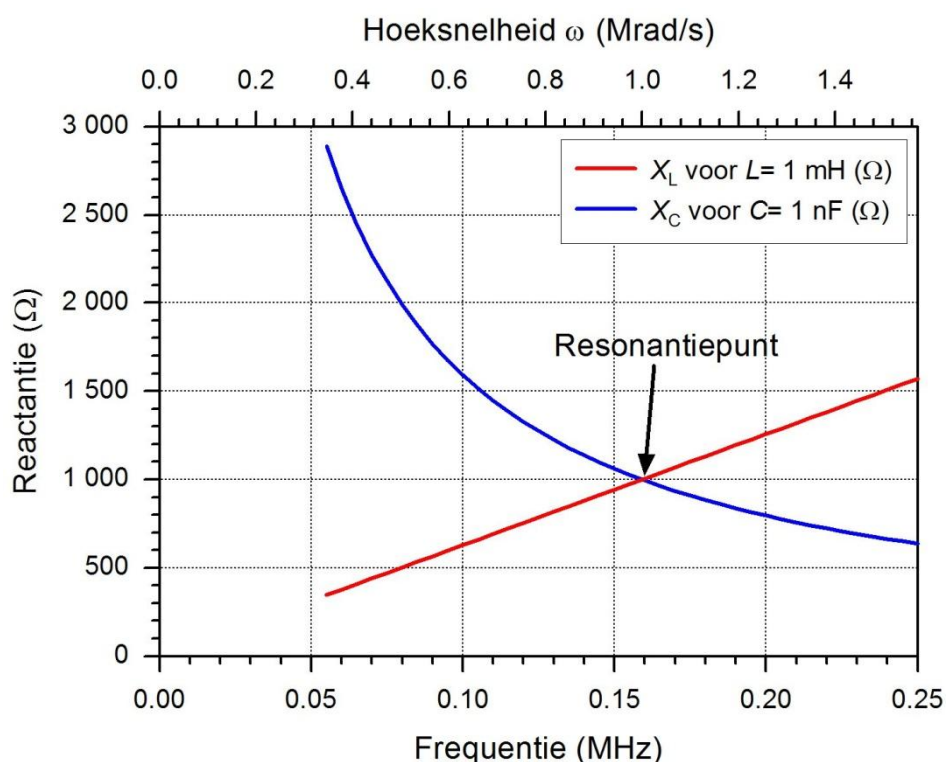
Figuur 5.7-2. Vectorafbeelding van de seriekring in Figuur 5.7-1. Er zijn drie mogelijkheden: de spanning  $U_L$  over de spoel is kleiner dan de spanning  $U_C$  over de condensator (links), beide spanningen zijn even groot (midden) of  $U_L$  is groter dan  $U_C$  (rechts). De paarse pijl geeft de totale spanning  $U_{tot}$  over de schakeling.

### $U_L = U_C$

Het meest interessant is de middelste van Figuur 5.7-2. Daarin zijn de amplitudes van de spanningen over  $L$  en  $C$  gelijk. Omdat ze in tegenfase zijn, heffen ze elkaar precies op. Daarvan zagen we een grafiek in de linkerhelft van Figuur 5.5-2. De totale wisselspanning over de serieschakeling is dus 0, hoe groot de aangevoerde wisselstroom ook is. Daarmee is

de reactantie van de hele schakeling  $0 \Omega$  geworden. Dat wil niet zeggen dat er in de praktijk geen weerstand is. Daarover volgt iets verderop meer. Maar de reactantie is 0.

Deze toestand noemen we *resonantie*. We zeggen dat de schakeling *in resonantie* is. Dat gebeurt maar bij één frequentie. Die heet dan ook de *resonantiefrequentie*. Dat is grafisch weergegeven in Figuur 5.7-3, waarin de reactanties van een spoel van 1 mH en een condensator van 1 nF (1 miljardste Farad) zijn uitgezet tegen de frequentie  $f$  (onderste horizontale as) en de bijbehorende hoeksnelheid  $\omega$  (bovenste horizontale as). Het resonantiepunt is de kruising van beide reactantiegrafieken.



Figuur 5.7-3. Bepaling van de resonantie als het snijpunt van de grafieken voor de reactantie van een condensator van 1 nF en een spoel van 1 mH. Het resonantiepunt ligt op (vrijwel) 0,16 MHz bij reactanties van vrijwel 1 kΩ.

Zouden we erin slagen om in 0 seconden de stroombron in Figuur 5.7-1 af te koppelen en te vervangen door een stroomdraad, dan zou in theorie de wisselstroom zonder ophouden heen en weer blijven lopen. Het elektrisch veld in de condensator zou zich dan ontladen in een stroom die het magnetisch veld van de spoel opbouwt. Als de lading is opgebruikt, blijft de stroom doorlopen, doordat het magnetisch veld van de spoel wordt 'opgegeten'. De stroom neemt daarbij geleidelijk af. Is het magnetisch veld verbruikt en de stroom gestopt, dan is de condensator weer opgeladen. Zo blijft dat doorgaan. Er is dus een voortdurende uitwisseling van energie tussen spoel en condensator.

Maar er zit een addertje onder het gras. Eigenlijk drie addertjes:

- Er is altijd wel ergens een beetje weerstand die elektrische energie omzet in warmte. Die energie wordt onttrokken aan het omzettingsproces van elektrisch naar magnetisch veld en terug.
- Een deel van het magnetische veld van de spoel 'lekt weg', want het strekt zich oneindig ver uit. Als het wordt afgeschermd, verdwijnt er energie in de afscherming.
- Het elektrisch veld van de condensator lekt bij de rand van de platen ook altijd iets. Meestal is dat weinig, maar nooit nul. En de opslag van lading in de oppervlakte van het diëlektricum is ook niet helemaal verliesvrij.

Zo zwakt de uitwisseling van energie tussen spoel en condensator in de kring langzaam af en wordt na een aantal perioden onmeetbaar klein. Een vergelijkbaar proces is het geluid van een gongslag of dat van een gitaar- of pianosnaar, dat langzaam wegsterft.

$$U_L < U_C$$

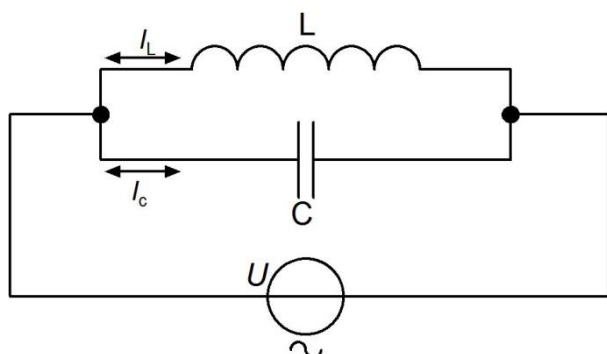
Dit is het deel van de grafiek links van het resonantiepoint in Figuur 5.7-3. Daar is de frequentie lager dan de resonantiefrequentie. Omdat  $U_C$  de grootste is, gedraagt de hele schakeling zich als een condensator, maar met kleinere capaciteit dan die van de condensator C in de kring. De reactantie van de kring wordt groter naarmate de frequentie lager en het verschil met de resonantiefrequentie dus groter is.

$$U_L > U_C$$

Dit is het deel van de grafiek rechts van het resonantiepoint. In dit frequentiegebied gedraagt de schakeling zich als een zelfinductie, maar wel één die kleiner is dan die van L in de schakeling. Hier wordt de reactantie van de kring groter naarmate de frequentie hoger en het verschil met de resonantiefrequentie groter is.

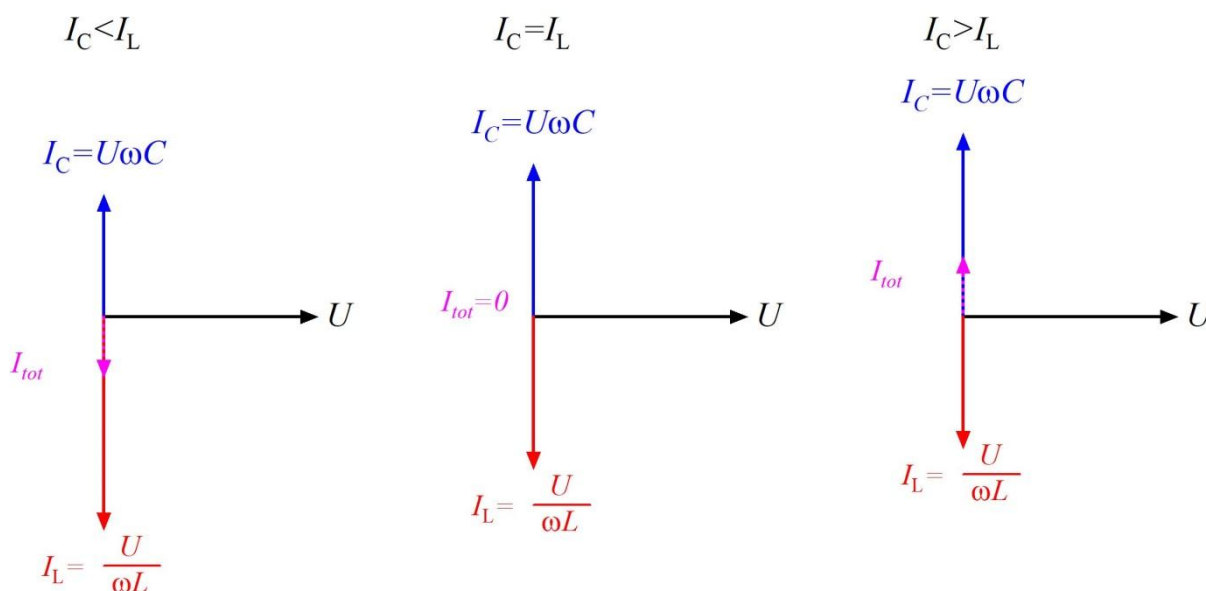
### Parallelschakeling

Als we spoel en condensator parallel schakelen (Figuur 5.7-4), ontstaat een situatie die lijkt op die in Figuur 5.7-1, maar met dezelfde spanning over spoel en condensator in plaats van dezelfde stroom er doorheen.



Figuur 5.7-4. Parallelschakeling van spoel en condensator met wisselspanningsbron.

De stroom  $I_C$  door de condensator loopt  $90^\circ = \frac{1}{2}\pi$  radialen vóór op  $U$ .  $I_L$  door de spoel loopt  $90^\circ = \frac{1}{2}\pi$  radialen achter op  $U$ . Nu verschillen niet de spanningen, maar de stromen  $180^\circ = \pi$  in fase. Als we dit in vectorvorm voorstellen, krijgen we Figuur 5.7-5.



Figuur 5.7-5. Vectorafbeelding van de parallelkring in Figuur 5.7-4. Er zijn weer drie mogelijkheden: de stroom  $I_C$  over de condensator is kleiner dan de stroom  $I_L$  door de spoel (links), beide stromen zijn even groot (midden) of  $I_C$  is groter dan  $I_L$  (rechts). De paarse pijl geeft de totale stroom  $I_{tot}$  op de aansluitpunten.

Figuur 5.7-5 lijkt op Figuur 5.7-2, maar dan met verwisseling van stroom en spanning en met toepassing van vergelijkingen (5.7-4) en (5.7-8) als wet van Ohm voor reactanties.

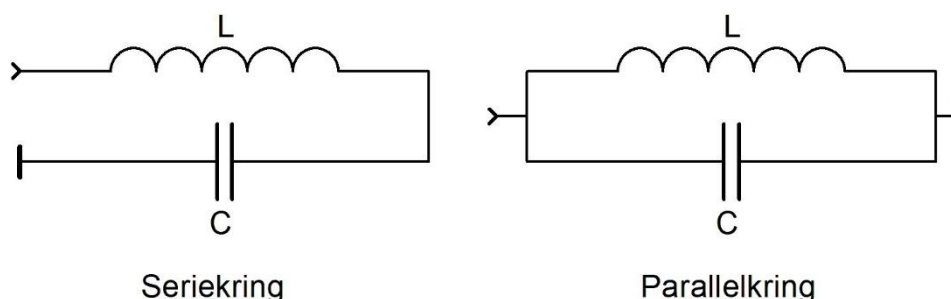
Er zijn net als bij Figuur 5.7-2 weer drie mogelijkheden. Nu gaat het niet om spanningen, maar om stromen:  $I_C < I_L$ ,  $I_C = I_L$  of  $I_C > I_L$ . Voor het resonantie punt verandert niets, want het gaat om dezelfde reactanties. We gebruiken dus opnieuw Figuur 5.7-3.

### $I_C = I_L$

We beginnen weer met de interessantste situatie (Figuur 5.7-5 midden). De stromen door de condensator en de spoel zijn even groot, maar in tegenfase. Op de twee knooppunten (de zwarte bolletjes in Figuur 5.7-4) komen ze samen en daar heffen ze elkaar op. Dus wél spanning en geen stroom door de spanningsbron. Dat kan maar één ding betekenen: een oneindig grote weerstand, ofwel een isolator. Bij resonantie gedraagt de parallelkring zich op de twee knooppunten dus als een isolator. Ook hier wil dat niet zeggen dat er geen stroom loopt. De stromen in weerstand en spoel afzonderlijk zijn er wel degelijk.

Er speelt zich in de kring hetzelfde proces van energieomzetting af als bij de kortgesloten seriekring: van elektrisch veld naar magnetisch veld en weer terug. Die omzetting gaat in theorie eeuwig door. In werkelijkheid dempt hij uit door warmteontwikkeling in de altijd aanwezige weerstand, ook al is die nog zo klein, en door het weglekken van magnetisch en elektrisch veld. Precies als bij de serieschakeling.

Is die gelijkenis vreemd? Antwoord: nee. De parallelkring van Figuur 5.7-4 is niet meer dan een kortgesloten seriekring. Het verschil met de seriekring van Figuur 5.7-1 zit hem in de manier van aansluiten. Voor de rest is er geen verschil (Figuur 5.7-6).



Figuur 5.7-6. Serie- en parallelkring met spoel en condensator.

### $I_C < I_L$

Dit gaat over het linker diagram in Figuur 5.7-5. Het komt overeen met het deel van de grafiek van Figuur 5.7-3 links van het resonantiepoint, dus met het gebied waar de frequentie lager is dan de resonantiefrequentie. Omdat  $I_L$  groter is dan  $I_C$ , gedraagt de schakeling als geheel zich als zelfinductie, maar wel één die kleiner is dan  $L$ . Dat is dus anders dan bij de seriekring, waarbij de kring zich in hetzelfde frequentiegebied als capaciteit gedraagt. De reactantie van de parallelkring wordt groter naarmate het verschil met de resonantiefrequentie groter is.

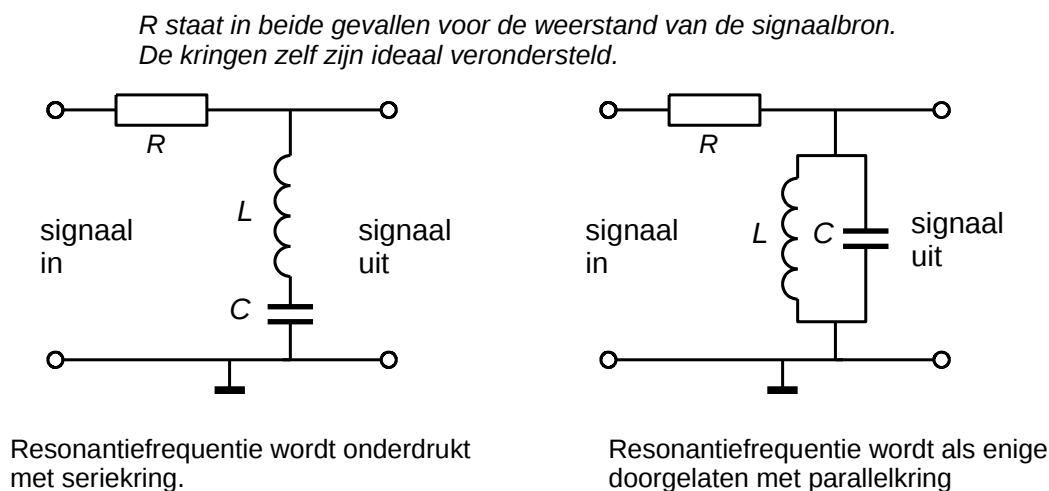
### $I_C > I_L$

Nu gaat het over het rechter diagram van Figuur 5.7-5. Het komt overeen met het deel van de grafiek van Figuur 5.7-3 rechts van het resonantiepoint, dus het gebied waar de frequentie hoger is dan de resonantiefrequentie. Omdat  $I_C$  groter is dan  $I_L$ , gedraagt de schakeling als geheel zich als capaciteit, maar één die kleiner is dan  $C$ . Bij de seriekring was ook dat omgekeerd. Met toenemend verschil met de resonantiefrequentie neemt ook in dit geval de reactantie toe.

### Het belangrijkste verschil tussen serie- en parallelkringen

Het belangrijkste verschil tussen beide is dat de seriekring op de resonantiefrequentie een theoretische reactantie van  $0 \Omega$  heeft en de parallelkring een theoretische reactantie van oneindig. Een seriekring is daardoor te gebruiken om één frequentie af te voeren, de parallelkring om er één te behouden. Omdat ideale kringen niet bestaan, blijft er bij de seriekring altijd een restje over en verlies je bij een parallelkring altijd een beetje signaal.

Om te laten zien hoe dat doorgaans in zijn werk gaat, nemen we hier een voorschotje op paragraaf 5.8 (Filters). Zie Figuur 5.7-7 hieronder.



*Figuur 5.7-7. Gebruik van een seriekring om de resonantiefrequentie te onderdrukken (links) en van een parallelkring om alleen de resonantiefrequentie over te houden. Beide kringen zijn ideaal verondersteld.*

Beide kringen vormen met de weerstand  $R$  een soort spanningsdeler. Bij resonantie biedt de seriekring in theorie een weerstand gelijk aan 0. De parallelkring heeft dan een oneindige weerstand. Gevolg: links wordt de resonantiefrequentie volledig afgevoerd via de kring, rechts als enige volledig doorgelaten. In werkelijkheid geeft zo'n schakeling een benadering, omdat ideale kringen niet bestaan.

Dat laatste neemt niet weg dat je in elke ontvanger minstens één en bijna altijd meerdere 'afgestemde' kringen hebt. Die moeten uit de veelheid aan frequenties die via de antenne binnenkomen, (bijna) alleen de gewenste overhouden. Soms worden seriekringen, zoals links in Figuur 5.7-7, toegepast om één ongewenste frequentie af te voeren. Zo'n kring wordt heel toepasselijk wel *zuigkring* genoemd

### 5.7.3 Berekening van de resonantiefrequentie: vergelijking van Thomson

In Figuur 5.7-3 hebben we gezien dat de resonantiefrequentie de frequentie is, waarbij de reactantie van condensator en spoel precies gelijk zijn, dus

$$X_L = X_C \quad (5.7-9)$$

Als we dat uitschrijven met behulp van vergelijkingen (5.7-1) en (5.7-5), krijgen we

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (5.7-10)$$

De uitwerking is niet heel ingewikkeld, maar geen examenstof. De uitkomst is dat wel. Wie meteen naar de uitkomst wil, springt naar vergelijking (5.7-13) voor de cirkelfrequentie  $\omega$  of naar (5.7-14) voor de frequentie  $f$ .

Als we in (5.7-10) aan twee kanten van het '=' teken vermenigvuldigen met  $\omega$  en delen door  $L$ , krijgen we  $\omega$  links en  $L$  samen met  $C$  rechts:



$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (5.7-11)$$

Dan de wortel uit beide helften:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (5.7-12)$$

Omdat  $\sqrt{1} = 1$ , mogen we ook schrijven

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.7-13)$$

Van hoeksnelheid  $\omega$  naar frequentie  $f$  betekent delen door  $2\pi$ , want  $\omega = 2\pi f$ . Dus:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.7-14)$$

Vergelijking (5.7-14) staat bekend als de vergelijking van Thomson die hem in 1853 afleidde. William Thomson kennen we ook als Lord Kelvin, naar wie de SI-eenheid van temperatuur (K) is genoemd. Vergelijking (5.7-14) zegt dat een 2x zo grote  $C$  leidt tot een  $\sqrt{2}$  maal zo lage frequentie. Hetzelfde geldt voor een 2x zo grote  $L$ . Als  $L$   $n$  maal zo groot wordt en  $C$   $n$  maal zo klein, blijft de resonantiefrequentie dezelfde.

In niet-ideale serie- en parallelkringen zit altijd wel ergens weerstand. Voor we verder gaan met niet-ideale afgestemde kringen, maken we kennis met het gedrag van weerstand in combinatie met reactantie. Ook dan is er een schijnbare weerstand, de *impedantie*.

#### 5.7.4 Impedantie

Zoals gezegd, spreken we bij een combinatie van weerstand(en) en reactantie(s) in één schakeling van een *impedantie*. Dit begrip is van belang bij het koppelen van zenders en ontvangers aan antennes, bij frequentiefilters in het gebied van hoorbare frequenties (audiofilters) en nog veel meer. Het standaardsymbool voor impedantie is  $Z$ .

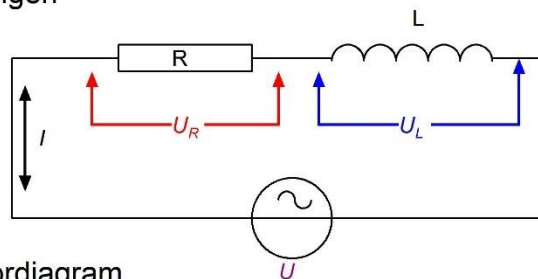
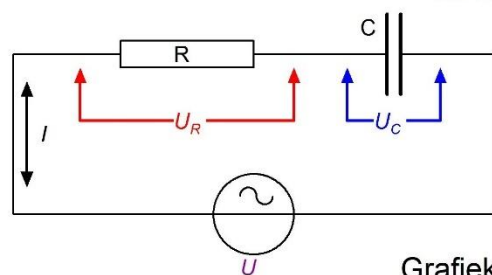
Er zijn bij frequentiefilters met impedantie twee keer twee, dus vier basisschakelingen:

- Twee serieschakelingen (door beide onderdelen loopt dezelfde stroom)
  - weerstand en condensator
  - weerstand en spoel
- Twee parallelschakelingen (over beide onderdelen staat dezelfde spanning)
  - weerstand en condensator
  - weerstand en spoel

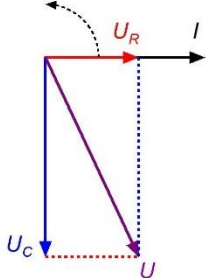
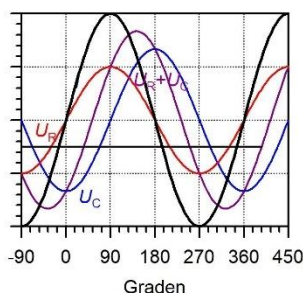
#### De serieschakelingen

Ze zijn beide afgebeeld in Figuur 5.7-8

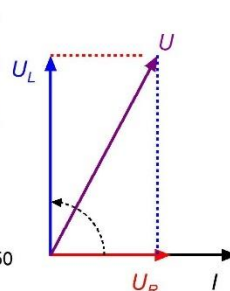
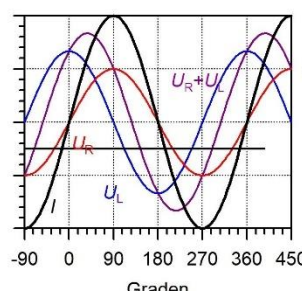
# Serieschakelingen



## Grafiek en vectordiagram



RC



LC

## Vergelijkingen

$$U = \sqrt{U_C^2 + U_R^2}$$

$$Z = \frac{\sqrt{U_C^2 + U_R^2}}{I} = \sqrt{X_C^2 + R^2}$$

$$U = \sqrt{U_L^2 + U_R^2}$$

$$Z = \frac{\sqrt{U_L^2 + U_R^2}}{I} = \sqrt{X_L^2 + R^2}$$

Figuur 5.7-8. Serieschakeling van weerstand en condensator (linksboven) en weerstand en spoel (rechtsboven). Eronder de grafische en vectorafbeeldingen van de bijbehorende wisselspanningen. De kleuren in de grafieken en die in de vectordiagrammen komen overeen. Zwart hoort bij zwart, enz. Daaronder de vergelijkingen voor het verband tussen de deelspanningen en de totale spanning  $U$ . Onderaan de vergelijkingen voor het verband tussen weerstand  $R$ , de reactanties en de impedantie  $Z$ .

Bovenin zien we de schema's van beide schakelingen met een wisselspanningsbron. Daaronder de stroom- en spanningsgrafieken met faseschaal in graden. De verticale schaal is niet ingevuld, want de grafieken tonen zowel stroom als spanning.

De gemeenschappelijke stroom is de zwarte sinuskrumme ( $I$ ). De spanning  $U_R$  over de weerstand (rode sinuskrumme) is in fase met  $I$ . Beide bereiken hun maximum bij  $90^\circ$ .

De spanning  $U_C$  over de condensator (blauwe sinuskrumme) loopt  $90^\circ$  achter op  $I$  en bereikt zijn maximum dus  $90^\circ$  later, dus bij  $180^\circ$ .

De amplitudes van de spanningen  $U_R$  en  $U_C$  zijn willekeurig gekozen. De optelsom van beide (paarse sinuskrumme) is de echte som van de willekeurige  $U_R + U_C$ , opgeteld op de manier van Figuur 5.5-2 rechts ( $270^\circ$  is hetzelfde als  $-90^\circ$ ). Het maximum ligt tussen dat van  $U_R$  en  $U_C$  in, maar dichterbij  $U_C$ , want de amplitude van  $U_C$  is in dit geval de grootste van de twee.



Naast de sinusgrafiek zien we de vectorgrafiek. Die ziet er eenvoudiger uit, maar vertelt hetzelfde. De kleuren komen overeen met die in de grafiek. De standaard-draairichting is aangegeven met de zwart gestippelde kromme pijl.

Het verband tussen  $U$ ,  $U_R$  en  $U_C$  is de stelling van Pythagoras, zoals we in de eerste vergelijking zien. Deel  $U$  door  $I$  en volgens de wet van Ohm heb je de impedantie  $Z$ . Op reactantie en weerstand moet je dus net als bij de spanningen de stelling van Pythagoras toepassen. Zo vind je  $Z$ .

In de vergelijkingen (5.7-15) en (5.7-16) staan de tussenstappen. Die zijn geen examenstof, de uitkomst in (5.7-17) wel. We kunnen beide sinusvormen uit de grafiek optellen om de paarse sinus te vinden, maar dat is voor de impedantie lastig rekenen. We gebruiken daarom het vectordiagram.  $U_R$  en  $U_C$  verschillen  $90^\circ$  in fase. Beide vectoren staan daarom loodrecht op elkaar. Dus gebruiken we de stelling van Pythagoras:

$$U = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} \quad (5.7-15)$$

De wet van Ohm zegt dat je  $U$  door  $I$  moet delen om  $R$  te vinden. Al hebben we niet te maken met een echte  $R$ , maar een impedantie  $Z$ , voor de berekening maakt dat niets uit.

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{\sqrt{U_C^2 + U_R^2}}{I} = \sqrt{\frac{U_C^2 + U_R^2}{I^2}} = \sqrt{\frac{U_C^2}{I^2} + \frac{U_R^2}{I^2}} = \sqrt{X_C^2 + R^2} \quad (5.7-16)$$

Nog een keer de uitkomst zonder tussenstappen:

$$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2} \quad (5.7-17)$$

Voor de rechterschakeling is alleen de blauwe sinusvorm van  $U_L$  anders dan bij de linker.  $U_L$  loopt  $90^\circ$  vóór op de zwarte kromme van  $I$ . Dat is te zien aan het maximum dat  $90^\circ$  eerder wordt bereikt –bij  $0^\circ$  dus– dan dat van  $I$ . Het maximum van de paarse sinusvorm is daardoor ook naar links verplaatst.

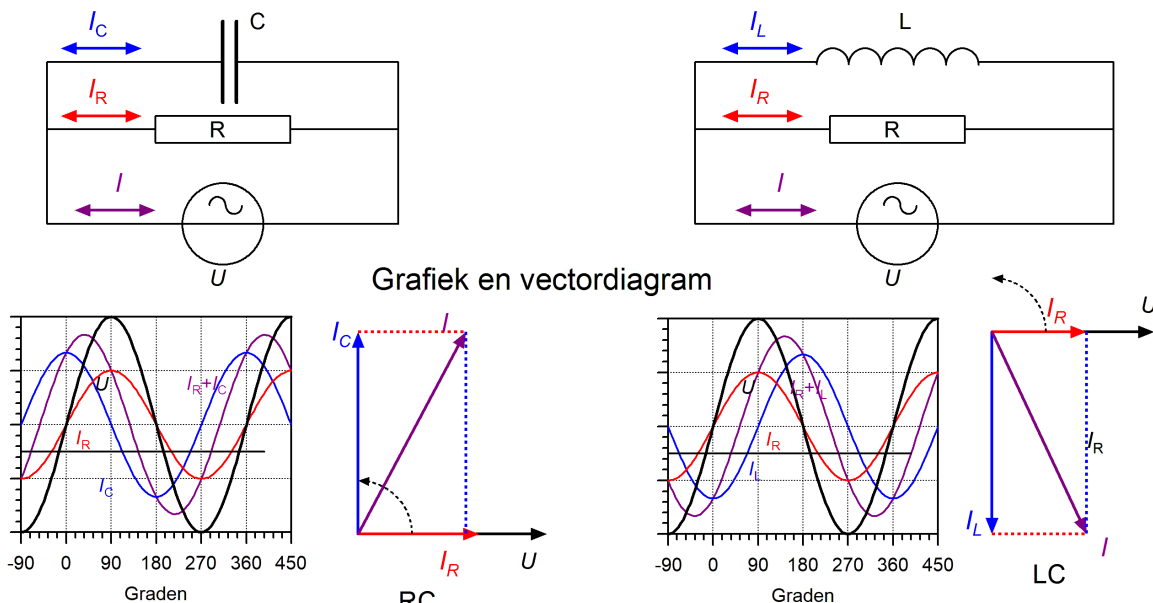
In het vectordiagram wijst de blauwe vector van  $U_L$  dan ook omhoog, terwijl die voor  $U_C$  omlaag wijst. Dat geeft het faseverschil van in totaal  $180^\circ$  aan;  $U_C$  loopt  $90^\circ$  achter op  $I$  en  $U_L$  loopt  $90^\circ$  vóór op  $I$ , samen een verschil van  $180^\circ$ . De paarse vector van  $U$  wijst schuin omhoog en bij de schakeling met de condensator is dat schuin omlaag. Voor de rest zijn er geen verschillen. Vervang in vergelijking (5.7-17)  $X_C$  door  $X_L$  en de zaak is voor elkaar. De tussenstappen laten we weg:

$$Z = \sqrt{X_L^2 + R^2} \quad (5.7-18)$$

### De parallelschakelingen

Ze zijn beide afgebeeld in Figuur 5.7-9. De indeling is dezelfde als die van Figuur 5.7-8.

# Parallelschakelingen



## Grafiek en vectordiagram

## Vergelijkingen

$$I = \sqrt{I_C^2 + I_R^2}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\sqrt{I_C^2 + I_R^2}}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \frac{\sqrt{I_C^2 + I_R^2}}{U} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}$$

$$I = \sqrt{I_L^2 + I_R^2}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\sqrt{I_L^2 + I_R^2}}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \frac{\sqrt{I_L^2 + I_R^2}}{U} = \sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}}$$

Figuur 5.7-9. Parallelschakeling van weerstand en condensator (links) en weerstand en spoel (rechts). Eronder de grafische en vectorafbeeldingen van de bijbehorende wisselstromen. De kleuren in de grafieken en die in de vectordiagrammen komen overeen. Zwart hoort bij zwart, enz. Daaronder de vergelijkingen voor het verband tussen de deelstromen en de totale spanning  $I$ . Onderaan de vergelijkingen voor het verband tussen weerstand  $R$ , de reactanties en de impedantie  $Z$ .

Bovenin staan de beide schema's met daarin een wisselspanningsbron, dan de stroom- en spanningsgrafieken met faseschaal in graden. De verticale schaal is ook hier niet ingevuld, want de grafieken tonen niet alleen de spanning  $U$ , maar ook de stromen.

Er is in dit geval een gemeenschappelijke spanning: de zwarte sinuskromme ( $U$ ). De stroom  $I_R$  door de weerstand (rode sinuskromme) is in fase met  $U$ . Beide bereiken hun maximum bij  $90^\circ$ .

De stroom  $I_C$  over de condensator (blauwe sinuskromme) loopt  $90^\circ$  voor op  $U$  en bereikt zijn maximum dus  $90^\circ$  eerder, dat is bij  $0^\circ$ .

De amplitudes van de stromen  $I_R$  en  $I_C$  zijn weer willekeurig gekozen. De optelsom van beiden (paarse sinuskromme) is de echte sinussom  $I_R + I_C$ . Het maximum ligt tussen dat van  $I_R$  en  $I_C$  en dicht bij  $I_C$ , want de amplitude van  $I_C$  is de grootste van de twee.



Naast de sinusgrafiek zien we weer de vectorgrafiek. De standaard-draairichting is weer aangegeven met de gestippelde kromme pijl.

Het verband tussen  $I$ ,  $I_R$  en  $I_C$  is opnieuw volgens de stelling van Pythagoras. Dat zien we in de eerste vergelijking in de figuur.

Hieronder de tussenstappen. Ook die zijn geen examenstof. Wie de tussenstappen lastig vindt, gaat meteen door naar vergelijking (5.7-22).

We gebruiken weer het vectordiagram.  $I_R$  en  $I_C$  verschillen  $90^\circ$  in fase. Beide vectoren staan dus loodrecht op elkaar. Daarom gebruiken we de stelling van Pythagoras:

$$I = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} \quad (5.7-19)$$

$U$  is de gemeenschappelijke spanning van de spanningsbron. Je moet  $U$  door  $I$  moet delen om  $R$  te vinden. In plaats van met  $R$  hebben we nu te maken met  $Z$ . Voor de rest

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\sqrt{I_C^2 + I_R^2}} \quad (5.7-20)$$

De wortel uit een optelling in de noemer is lastig rekenen. Daarom keren we de zaak om:

$$\frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \frac{\sqrt{I_C^2 + I_R^2}}{U} = \sqrt{\frac{I_C^2}{U^2} + \frac{I_R^2}{U^2}} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}} \quad (5.7-21)$$

Dit lijkt wat op de vergelijking voor het vinden van de vervangingsweerstand voor parallel geschakelde weerstanden. Ook dit is een parallelschakeling. Met of zonder deze tussenstappen wordt vergelijking (5.7-21):

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}} \quad (5.7-22)$$

Voor de rechterschakeling in Figuur 5.7-9 is alleen de blauwe sinusgolf van  $I_L$  anders dan die van  $I_C$  bij de linker.  $I_L$  loopt  $90^\circ$  achter op de zwarte golf van  $U$ . Dat is te zien aan het maximum van  $I_L$  dat  $90^\circ$  later wordt bereikt –bij  $180^\circ$  dus– dan dat van  $I$ . Het maximum van de paarse sinusgolf is daardoor ook naar rechts verplaatst ten opzichte van die in de linker schakeling.

In het vectordiagram wijst de blauwe vector van  $I_L$  dan ook omlaag, terwijl die voor  $I_C$  omhoog wijst. De paarse vector van  $I$  wijst schuin omlaag en bij de schakeling met de condensator is dat schuin omhoog. Voor de rest zijn er geen verschillen. Vervang in vergelijking (5.7-21)  $X_C$  door  $X_L$  en de zaak is voor elkaar. De tussenstappen laten we weg:



$$\frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}} \quad (5.7-23)$$

### 5.7.5 Samengevat

#### Reactantie

De weerstand van een condensator is in theorie oneindig bij een gelijkspanning. Voor een spoel is die in theorie nul. De schijnbare weerstand bij een wisselspanning heet *reactantie*, meestal aangeduid met het symbool  $X$ . Dat geldt voor een condensator:  $X_C$ . En ook voor een spoel:  $X_L$ .

Bij een reactantie is de schijnbare weerstand afhankelijk van de frequentie. Bij een condensator neemt de reactantie af met toenemende frequentie, bij een spoel neemt de reactantie juist toe naarmate de frequentie hoger is. De vergelijking voor de reactantie van een condensator is vergelijking (5.7-1) die hieronder nog een keer is weergegeven.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C} \quad (5.7-1)$$

Die voor een spoel is vergelijking (5.7-5) die hier ook nog eens is weergegeven.

$$X_L = 2\pi fL = \omega L \quad (5.7-5)$$

Een gemeenschappelijke eigenschap van reactanties is dat stroom en spanning  $90^\circ$  of  $\frac{1}{2}\pi$  in fase verschillen. We kennen de ezelsbruggetjes LUI en LEICIE, maar het verband is ook te begrijpen als we bedenken dat

- In een condensator stroom een spanning opbouwt. Stroom loopt dus vóór op spanning.
- In een spoel spanning een stroom opbouwt. Spanning loopt dus vóór op stroom.

In een weerstand lopen stroom en spanning gelijk op.

#### Resonantie in een seriekring

Bij een serieschakeling van spoel en condensator is de stroom dezelfde en zijn de spanningen over spoel en condensator tegengesteld. In tegenfase heet dat.

Als beide spanningen even groot zijn, heffen ze elkaar precies op. De schakeling is dan in *resonantie*. Zijn ze niet even groot, dan is de totale spanning het verschil van de twee, waarbij het geheel zich gedraagt als het element waarover de hoogste spanning staat en dat dus de hoogste reactantie heeft. Dan zijn er twee mogelijkheden:

- De condensator heeft de **hoogste** reactantie → hoogste spanning over de condensator → het geheel gedraagt zich als condensator, dus als capaciteit.
- De spoel heeft de **hoogste** reactantie → grootste spanning over de spoel → het geheel gedraagt zich als spoel, dus als zelfinductie



## Resonantie in een parallelkring

Bij een parallelschakeling is het omgekeerd. Dan is de spanning dezelfde en zijn de stromen tegengesteld, ofwel in tegenfase.

Zijn de stromen gelijk, dan heffen ze elkaar precies op. Er loopt er wel stroom in de kring, maar niets erin of eruit. De parallelkring is dan *in resonantie*.

Zijn de stromen niet even groot, dan loopt de hoogste stroom door de laagste reactantie. Het geheel gedraagt zich dan als het element met de laagste reactantie. Er zijn dan twee mogelijkheden:

- De condensator heeft de **laagste** reactantie → hoogste stroom door de condensator → het geheel gedraagt zich als condensator, dus als capaciteit
- De spoel heeft de **laagste** reactantie → hoogste stroom door de spoel → het geheel gedraagt zich als spoel, dus al zelfinductie.

## Impedantie

Een impedantie  $Z$  is de schijnbare weerstand van een weerstand en een reactantie. Zijn ze in serie geschakeld, dan geldt

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2} \quad (5.7-24)$$

Is de reactantie  $X$  capacitief, dan is  $X=X_C$ , is deze inductief, dan is  $X=X_L$ .

Zijn weerstand en reactantie parallel geschakeld, dan geldt

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X^2} + \frac{1}{R^2}} \quad (5.7-25)$$

Is de reactantie  $X$  capacitief, dan is  $X=X_C$ , is deze inductief, dan is  $X=X_L$ .

## 5.8 Filters

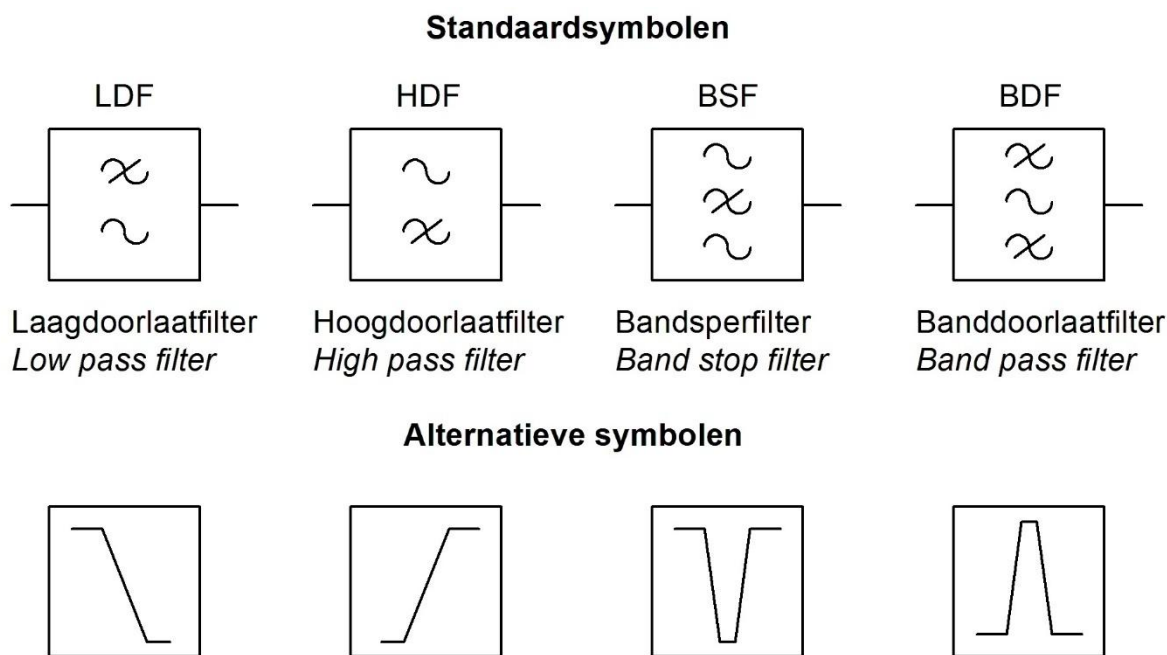
### 5.8.1 Inleiding

We kennen filters op allerlei manieren, zoals koffiefilters of het olie- of luchtfilter in een automotor. Een filter is altijd bedoeld om iets door te laten en iets anders tegen te houden. Dat geldt ook voor elektronische filters. Daarbij gaat het altijd om frequenties. In veel schakelingen willen we sommige kwijt en andere juist overhouden. Daarbij gebruiken we reactanties en impedanties omdat hun grootte frequentieafhankelijk is. Doordat ideale onderdelen niet bestaan, kunnen we nooit alles wat we kwijt willen, helemaal wegfilteren. Wat we willen overhouden, komt nooit helemaal onverzwakt door een filter. We maken in deze paragraaf dus ook kennis met beperkingen. We kennen de volgende soorten filters (schemasymbolen in Figuur 5.8-1):

- **Laagdoorlaatfilters (LDF)**. Dit zijn filters die lage frequenties doorlaten en hoge verzwakken.
- **Hoogdoorlaatfilters (HDF)**. Filters die hoge frequenties doorlaten en lage verzwakken.

- **Bandsperfilters (BSF)**. Filters die een frequentie of frequentieband verzwakken en hogere en lagere frequenties doorlaten.
- **Banddoorlaatfilters (BDF)**. Filters die een frequentie(band) doorlaten en hogere en lagere frequenties verzwakken.

Figuur 5.8-1 geeft ook de Engelstalige termen omdat die ook in Nederlandstalige teksten nogal eens worden gebruikt.



Figuur 5.8-1. Schemasymbolen voor verschillende soorten frequentiefilters. *Cursief: Engelse termen.*

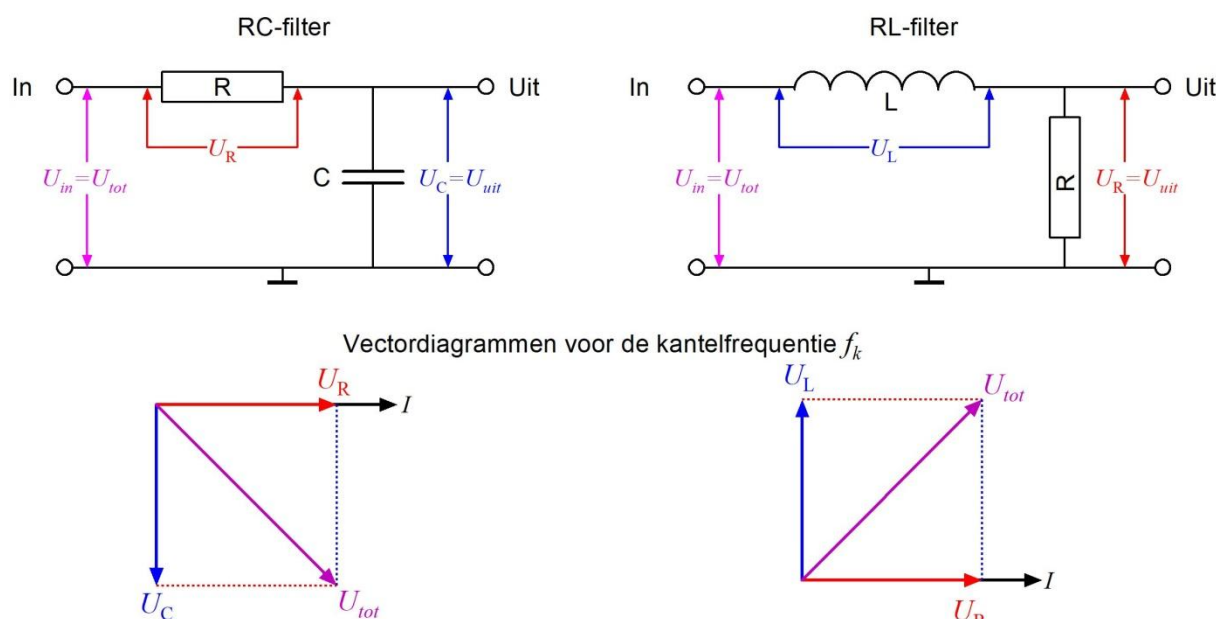
In alle soorten filters in Figuur 5.8-1, zitten reactanties en/of impedanties. We beginnen met eenvoudige laag- en hoogdoorlaatfilters met een reactantie en een weerstand, samen een impedantie. Die worden gevolgd door bandsper- en banddoorlaatfilters waarin spoelen en condensatoren de hoofdrol spelen.

### 5.8.2 Eenvoudige laagdoorlaatfilters

Een laagdoorlaatfilter laat lage frequenties zo goed mogelijk door en hoge zo min mogelijk. De eerste en belangrijkste vraag is, wat we als laag en wat als hoog beschouwen. De frequentie op de grens van beide noemen we het *kantelpunt* of de *kantelfrequentie*. Een ideaal filter blokkeert alle frequenties hoger dan het kantelpunt en laat alle lagere frequenties ongehinderd door. Het is zoals altijd: ideale filters bestaan niet. Daarom bekijken we nu enkele filters die verre van ideaal, maar wel eenvoudig van opzet zijn.

Het eenvoudigste laagdoorlaatfilter bestaat uit een weerstand  $R$  in serie met een reactantie  $X$ . Zulke filters zijn eigenlijk spanningsdelers (hoofdstuk 3), waarin één weerstand is vervangen door een condensator of spoel. Doordat de reactantie van condensator en spoel frequentie-afhankelijk is, is deze 'spanningsdeler' dat ook. Ook dan is er een kantelfrequentie. Die ligt op de frequentie waarbij  $R=X$ .

In Figuur 5.8-2 zien we twee van zulke filters. Eén bevat een weerstand en een condensator, een RC-filter. Het andere bevat een weerstand en een spoel, een RL-filter. Theoretisch zijn ze gelijkwaardig, maar meestal wordt het RC-filter toegepast. Frequentiefilters met weerstanden vinden we vooral in schakelingen voor lage frequenties, zoals audio. Dan zijn condensatoren handzamer dan spoelen, onder meer omdat die laatste voor zulke frequenties nogal log en zwaar van uitvoering zijn.



Figuur 5.8-2. Eenvoudige RC- en RL-laagdoorlaatfilters met de verschillende deelspanningen en bijbehorende vectordiagrammen voor de kantelfrequentie  $f_k$ .

In het RC-filter wordt met toenemende frequentie de reactantie van  $C$  lager.  $R$  blijft gelijk, zodat de wisselspanning aan de uitgang met toenemende frequentie kleiner wordt.

In het RL-filter neemt de reactantie van  $L$  toe met toenemende frequentie.  $R$  blijft gelijk. Ook dan wordt de wisselspanning aan de uitgang kleiner met toenemende frequentie.

Voor de *kantelfrequentie*  $f_k$  geldt  $R=X$ . Voor het RC-filter valt daaruit af te leiden dat

$$f_k = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5.8-1)$$

En voor het RL-filter

$$f_k = \frac{R}{2\pi L} \quad (5.8-2)$$

Hoe groot is nu de verzwakking van een RC- of RL-filter bij de kantelfrequentie? Zou het om twee gelijke weerstanden gaan, dan zou in Figuur 5.8-2 de uitgangsspanning van beide schakelingen de helft zijn van de ingangsspanning (hoofdstuk 3). Nu één van de twee een reactantie is, hebben we voor het bepalen de beide vectordiagrammen nodig. Voor de

liefhebbers geven we hieronder de afleiding; wie daaraan geen behoefte heeft, vindt de uitkomst direct voorbij het kadertje.

### Voor de liefhebbers, géén examenstof!

De spanning  $U_{in}=U_{tot}$  is de paarse vector in Figuur 5.8-2. Uit de voorwaarde  $R=X$  volgt dat de rode en blauwe vector dezelfde lengte hebben. Verder staan ze loodrecht op elkaar door het faseverschil van  $90^\circ$ . Pythagoras is dus van toepassing. Voor het RC-filter geldt dan bij  $f=f_k$

$$U_{in} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \quad (f = f_k) \quad (5.8-3)$$

Omdat de uitgangsspanning  $U_{uit}=U_C$  en de vector  $U_C$  even lang is als  $U_R$ , mogen we  $U_C$  en  $U_R$  beide schrijven als  $U_{uit}$ . Dan is (5.8-3) te schrijven als

$$U_{in} = \sqrt{2U_{uit}^2} \quad (f = f_k) \quad (5.8-4)$$

Daaruit volgt dat

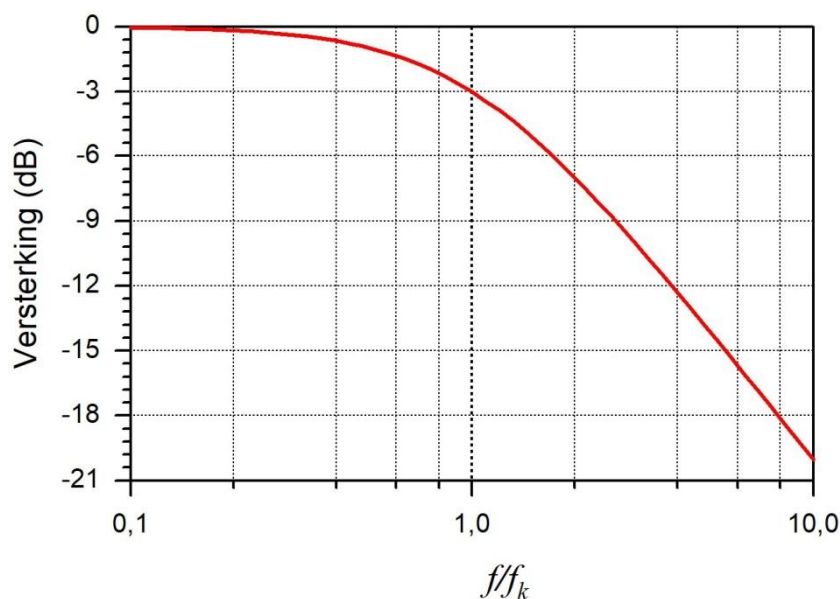
$$U_{uit} = \frac{U_{in}}{\sqrt{2}} \approx 0,7U_{in} \quad (f = f_k) \quad (5.8-5)$$

Voor het RL-filter geldt precies dezelfde berekening. Vervang  $U_C$  door  $U_L$  en klaar is Kees.

De uitgangsspanning  $U_{uit}$  van zowel het RC- als het RL-filter is bij de kantelfrequentie dus ongeveer  $0,7 U_{in}$ . Nauwkeuriger:

$$U_{uit} = \frac{U_{in}}{\sqrt{2}} \approx 0,7U_{in} \quad (f = f_k) \quad (5.8-6)$$

Meestal wordt de versterking van een schakeling in dB (zie hoofdstuk 2) gegeven. De dB heeft betrekking op vermogen, niet op spanning (hoofdstuk 2). Vermogen is evenredig met het kwadraat van de spanning. Het uitgangsvermogen is dus niet  $\sqrt{2}$ , maar  $2x$  zo klein als het ingangsvermogen. In dB is de verhouding 3 dB. Omdat het filter verzwakt, is de versterking -3 dB. Het verschil tussen in- en uitgangsvermogen is in de weerstand omgezet in warmte. De grafiek van Figuur 5.8-3 toont de *doorlaat*, zoals dat heet, tussen  $0,1f_k$  tot  $10 f_k$ .



*Figuur 5.8-3. Frequentiegedrag (doorlaatkarakteristiek) van beide laagdoorlaatfilters van Figuur 5.8-2. De versterking is gegeven in dB, de frequentie  $f$  als veelvoud van de kantelfrequentie  $f_k$ .*

De kantelfrequentie  $f_k$  staat in het midden op de horizontale as, de versterking in dB op de verticale. De oplettende lezer heeft misschien gezien dat de horizontale schaal in Figuur 5.8-3 logaritmisch is. De afstand tussen 0,1 en 1 is dezelfde als die tussen 1 en 10. Zo ‘vang’ je een groot frequentiebereik.

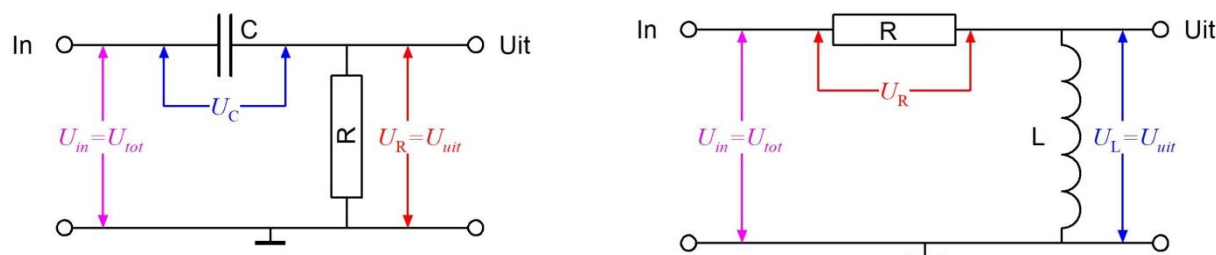
Doordat in Figuur 5.8-3 de verhouding van frequentie en kantelfrequentie op de horizontale as staat, is de grafiek geldig voor alle kantelfrequenties bij dit type filter.

Aan Figuur 5.8-3 is te zien dat van de frequenties hoger dan het kantelpunt lang niet alles wordt tegengehouden. Voor frequenties  $> 2f_k$  geldt voor elke verdubbeling van de frequentie een halvering van de amplitude. Dat is bij elke verdubbeling een kwart van het vermogen, -6dB per verdubbeling van  $f$ . Voor een scherpere afsnijding zijn filters met meer onderdelen nodig. Je kunt je voorstellen dat als twee filters volgens Figuur 5.8-2 in serie worden geplaatst, dit al een scherpere afsnijding veroorzaakt. Zulke filters zijn geen exameneis en we behandelen ze dan ook niet.

Laagdoorlaatfilters met weerstanden zoals hier getoond, worden voornamelijk in schakelingen voor laagfrequent (LF) zoals audio toegepast. Voor hoogfrequent-toepassingen hebben filters met alleen condensatoren en spoelen vrijwel altijd de voorkeur.

### 5.8.3 Eenvoudige hoogdoorlaatfilters

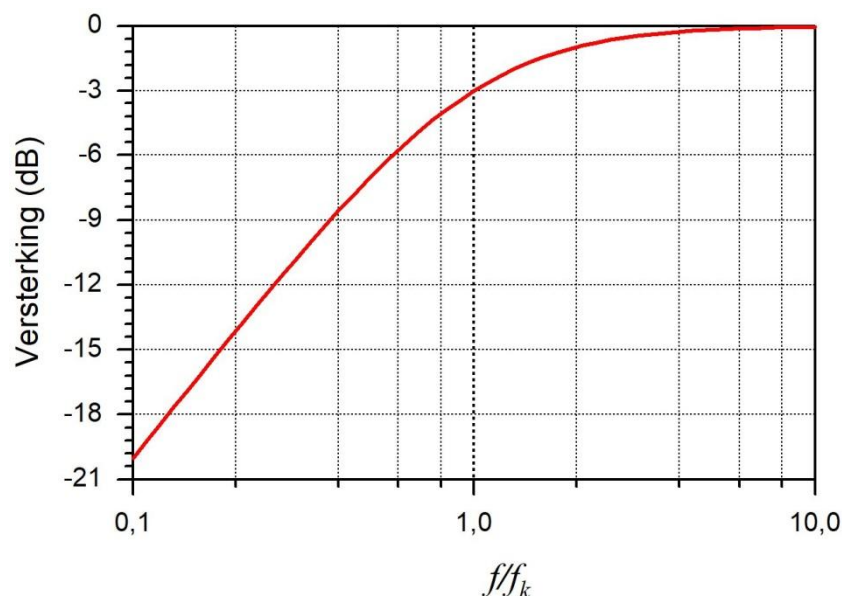
Twee eenvoudige hoogdoorlaatfilters zijn afgebeeld in Figuur 5.8-4. Ze zien eruit als die van Figuur 5.8-2 met verwisseling van plaats van weerstand en reactanties. Dat is het enige verschil.



Figuur 5.8-4. Eenvoudige hoogdoorlaatfilters met de verschillende deelspanningen.

De werking is dezelfde. Bij toenemende frequentie wordt de reactantie van de condensator kleiner en die van de spoel groter. Door de verwisseling van plaats met de weerstand worden nu de frequenties hoger dan de kantelfrequentie (bijna) onverzwakt doorgelaten en de frequenties onder de kantelfrequentie steeds sterker verzwakt naarmate de frequentie lager is. De kantelfrequentie  $f_k$  zelf wordt net zo berekend als bij het laagdoorlaatfilter, dus met vergelijkingen (5.8-1) en (5.8-2). De versterking bij  $f_k$  is ook hier -3 dB (en de verzwakking dus 3 dB). Die waarde kan ook nu worden afgeleid uit de vectordiagrammen die we al kennen van Figuur 5.8-2.

De grafiek van het frequentiegedrag (Figuur 5.8-5) is het spiegelbeeld van Figuur 5.8-3.



Figuur 5.8-5. Frequentiegedrag van beide hoogdoorlaatfilters van Figuur 5.8-4. De versterking is gegeven in dB, de frequentie  $f$  als veelvoud van de kantelfrequentie  $f_k$ .

Nu worden de lage frequenties verzwakt en wel precies evenveel als de hoge in Figuur 5.8-3. Een halvering van de frequentie betekent dan ook een halvering van de amplitude (dus -6dB) zodra de frequentie  $< \frac{1}{2}f_k$  is.

### 5.8.4 Bandfilters

#### Inleiding

Bandfilters zijn er in twee hoofdsoorten: bandsperfilters en banddoorlaatfilters. Een band is een frequentiegebiedje, bijvoorbeeld 10-11 MHz of 2-2,1 kHz. Een ideaal bandsperfilter laat één band niet door en alle frequenties daarbuiten wel. Een ideaal banddoorlaatfilter doet het omgekeerde: één band wordt doorgelaten en de rest niet. Het gebruik van het woord 'ideaal' doet vermoeden dat in de praktijk zulke filters alleen bij benadering te realiseren zijn. Dat vermoeden is juist.

Voordat we de bandfilters nader bekijken, moeten we ons een nieuwe grootheid eigen maken. Dat is de *kwaliteitsfactor*. Die vinden we in vrijwel alle literatuur over dit onderwerp terug onder het symbool  $Q$  (van *Quality*). Verwar deze  $Q$  niet met die andere voor lading (vergelijking  $Q=UC$  in hoofdstuk 4). Je komt ze vrijwel nooit gelijktijdig tegen.

#### De kwaliteitsfactor $Q$

In 5.7.2 hebben we de resonantie van kringen met een spoel en een condensator besproken. Bij serieschakeling gaven die een theoretische reactantie van  $0\ \Omega$  en bij parallelschakeling werd de reactantie oneindig. Dat die 0 en oneindig nooit worden gehaald, komt door verliezen die in 5.7.2 zijn besproken.

Alle energie die uit een kring verdwijnt, is samen te vatten in de werking van een theoretische weerstand in die kring, de *verliesweerstand*. De verliesweerstand kun je niet met een ohmmeter meten. Denk aan een seriekring: door het diëlektricum in de condensator is de weerstand oneindig. Je meter zal hoogstens een kortdurende uitslag geven door de laadstroom van de condensator. Bij een parallelkring is de weerstand nagenoeg nul, omdat je dan de gelijkstroomweerstand van de spoel meet. De verliesweerstand omvat behalve 'echte' weerstand ook verliezen via een oneindig magnetisch veld, afscherming, 'lekkage' door een diëletricum en nog meer.

Voor veel lezers zal daarom een verliesweerstand op het eerste gezicht een wat schimmige grootheid zijn. Toch is hij belangrijk. Hij beïnvloedt namelijk de doorlaateigenschappen van een frequentiefilter waarin één of meer kringen met een spoel en een condensator, zogenoemde *LC-kringen*, worden toegepast.

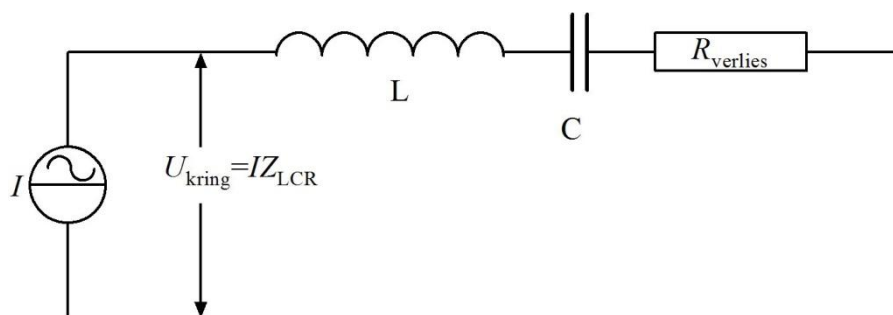
$Q$  is de verhouding van de verliesweerstand en de reactantie van de spoel (of condensator) bij resonantie. Dan is  $X_L=X_C$ , zoals we eerder zagen. Welke van de twee reactanties je neemt, maakt dus niets uit. Voor een seriekring geldt, uitgaand van de reactantie van de spoel  $X_{Lres}$  bij resonantie:

$$Q = \frac{X_{Lres}}{R_{verlies}} = \frac{1}{R_{verlies}} \omega_{res} L = \frac{\omega_{res} L}{R_{verlies}} \quad (5.8-7)$$

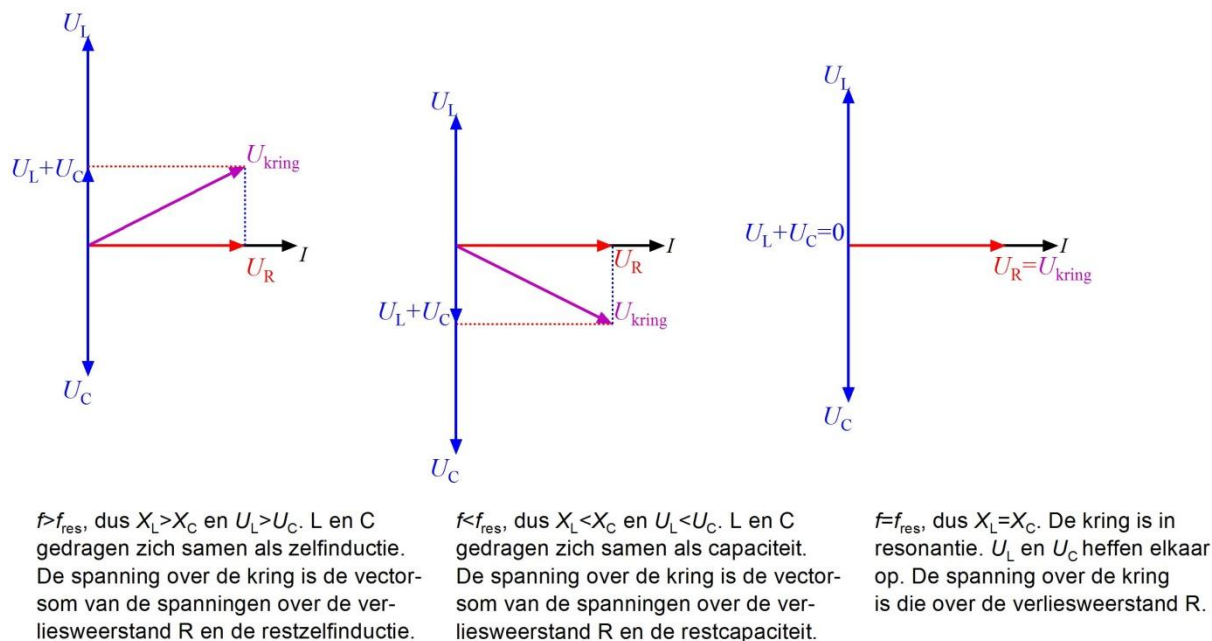
Als we de condensator als uitgangspunt nemen, krijgen we:

$$Q = \frac{X_{Cres}}{R_{verlies}} = \frac{1}{R_{verlies}} \cdot \frac{1}{\omega_{res}C} = \frac{1}{R_{verlies}\omega_{res}C} \quad (5.8-8)$$

Beide vergelijkingen geven, zoals al gezegd, dezelfde uitkomst. In plaats van  $\omega_{res}$  mag je ook  $2\pi f_{res}$  gebruiken, want dat is de definitie van de hoekfrequentie  $\omega$  die in hoofdstuk 2 is besproken. Een LC-seriekring met verliesweerstand en een wisselstroombron is weergegeven in Figuur 5.8-6, de bijbehorende vectordiagrammen in Figuur 5.8-7.



Figuur 5.8-6. LC-seriekring met verliesweerstand  $R_{verlies}$  en wisselstroombron.



Figuur 5.8-7. Vectordiagrammen van de seriekring van Figuur 5.8-6 voor frequentie  $f$  groter, kleiner en gelijk aan de resonantiefrequentie  $f_{res}$ .

Voor alle drie de vectordiagrammen in Figuur 5.8-7 is de stroom  $I$  uitgangspunt. Die is voor elk element gelijk, want het gaat om een serieschakeling. Er zijn drie situaties:

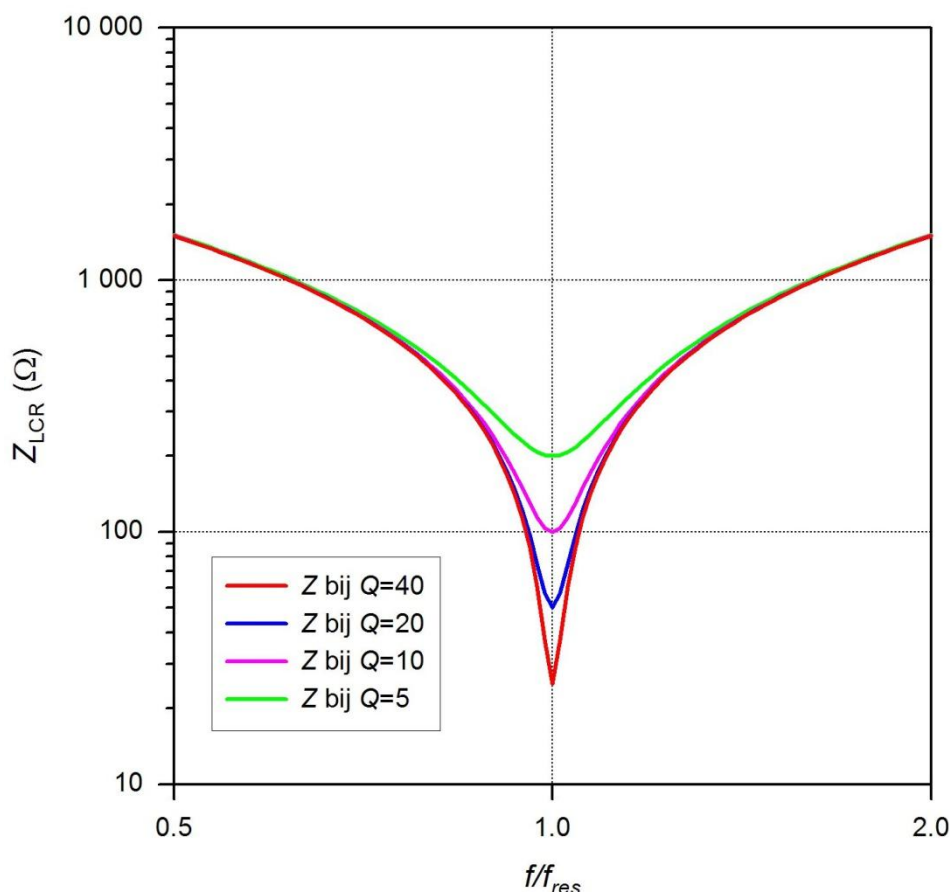
- **De frequentie is hoger dan de resonantiefrequentie (links).** Dan is de reactantie van de spoel groter dan die van de condensator. Dat geldt ook voor de spanningen  $U_L$  en  $U_C$ . De schakeling reageert dan als een zelfinductie in serie met een weerstand.

- **De frequentie is lager dan de resonantiefrequentie (midden).** Dan is de reactantie van de condensator groter dan die van de spoel. Dat geldt ook voor de spanningen  $U_C$  en  $U_L$ . De schakeling reageert als een capaciteit in serie met een weerstand.
- **De frequentie is gelijk aan de resonantiefrequentie (rechts).** De reactanties van spoel en condensator zijn gelijk en de spanningen over beide heffen elkaar op. De enige spanning die dan overblijft, is die over de weerstand.

In Figuur 5.8-8 is de reactantie  $Z_{LCR}$  uitgezet tegen de frequentie bij verschillende waarden van  $Q$ . De spanning  $U_{kring}$  over de kring is dan gelijk aan  $I Z_{LCR}$  (Figuur 5.8-6). Zouden we in Figuur 5.8-8  $U_{kring}$  in plaats van  $Z_{LCR}$  op de verticale as zetten, dan zouden de grafieken van  $U_{kring}$  precies dezelfde vorm hebben, want  $U_{kring} = IZ$  en  $I$  moet door alle onderdelen van de kring en is dus is overal in de kring gelijk.

### Impedantie van een seriekring

$$L = 1 \text{ mH}, C = 1 \text{ nF}, f_{\text{res}} = 159 \text{ kHz}$$



Figuur 5.8-8. Berekende impedantie  $Z_{LCR}$  van een seriekring volgens Figuur 5.8-6, uitgezet tegen de verhouding van frequentie en resonantiefrequentie bij verschillende waarden van de kwaliteitsfactor  $Q$ .

Met toenemende  $Q$  wordt de grafiek steiler en is de impedantie bij de resonantiefrequentie ( $f/f_{\text{res}}=1$  op de horizontale as) lager. Dat zien we in Figuur 5.8-8, waarin impedanties voor vier verschillende waarden van  $Q$  zijn afgebeeld.

### Bandspersfilters

Een bandspersfilter blokkeert de te sperren band doorgaans niet, maar voert die af. In de praktijk wordt de energie van de af te voeren band op de één of andere manier omgezet in warmte. Daardoor bereikt de betreffende band een volgende trap van een zender of ontvanger praktisch niet of in verzwakte vorm. Daar is een seriekring, zoals we die net hebben behandeld, door zijn lage resonantie-impedantie heel geschikt voor. Soms wordt zo'n kring heel toepasselijk *zuigkring* genoemd. Die term is al eerder genoemd. De kring werkt als een stofzuiger die ongewenste zaken, in dit geval ongewenste frequenties, afvoert.

In Figuur 5.8-8 zagen we dat het filter met toenemende  $Q$  smalbandiger wordt en binnen het smallere bandje effectiever. Net als bij de hoog- en laagdoorlaatfilters zijn er ook hier 3dB-punten. Ze hebben een + want ze liggen boven het resonantiepoint en omdat er twee flanken zijn, zijn het er twee in plaats van één.

Het principe is hetzelfde als in Figuur 5.8-2: de vectorlengten voor  $U_R$  en die voor  $U_L + U_C$  in Figuur 5.8-7 moeten gelijk zijn. Voor  $U_L + U_C$  zijn er nu twee mogelijkheden: de vector wijst omhoog of omlaag, al naar gelang L of C overheerst. De afstand in frequentie tussen de twee 3 dB-punten heet de *bandbreedte*, symbool  $B$ . Het verband tussen  $B$ ,  $Q$  en  $f_{\text{res}}$  is

$$B = \frac{f_{\text{res}}}{Q} \quad (5.8-9)$$

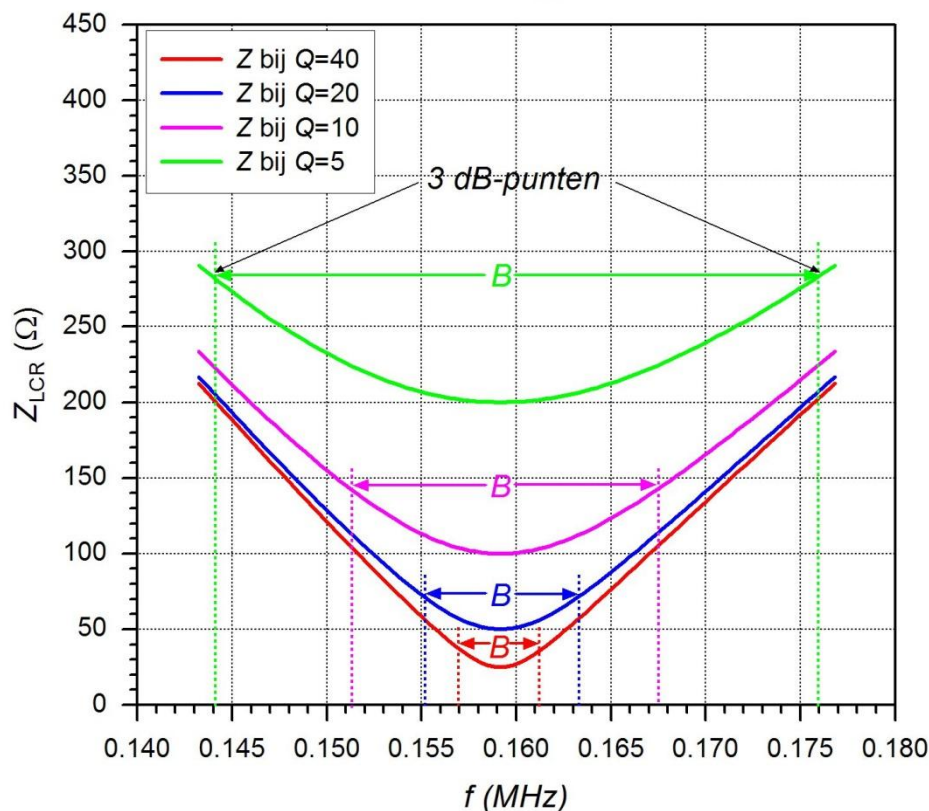
Dus: hoe groter  $Q$  des te kleiner is  $B$ . Dat is te zien in Figuur 5.8-8. Vergelijking (5.8-9) wordt soms gebruikt om  $Q$  te definiëren. Dan wisselen  $B$  en  $Q$  van plaats en krijgen we:

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{B} \quad (5.8-10)$$

De relatie van  $B$  en  $Q$  wordt beter zichtbaar door uitvergroten van de situatie rondom het resonantiepoint in Figuur 5.8-8. Dat levert Figuur 5.8-9. Ook is  $Q$  te bepalen uit de bandbreedte

## Impedantie van een seriekring bij het resonantiepunt

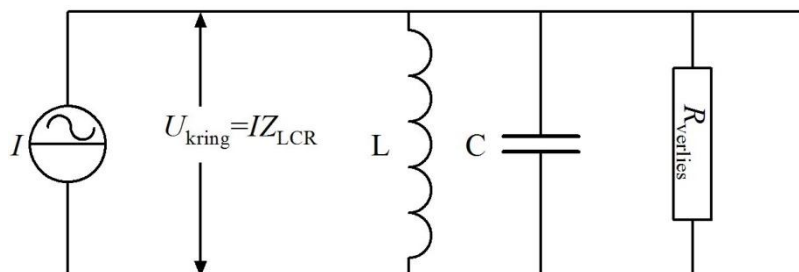
$$L = 1 \text{ mH}, C = 1 \text{ nF}, f_{\text{res}} = 0,159 \text{ MHz}$$



Figuur 5.8-9. Berekende bandbreedten  $B$  voor verschillende waarden van  $Q$  voor de kring in Figuur 5.8-8. De 3dB-punten liggen op de snijpunten van de gestippelde verticale hulplijnen met de impedantiekrommen van dezelfde kleur. Voor  $Q=5$  zijn ze met pijlen aangegeven.

## Banddoorlaatfilters

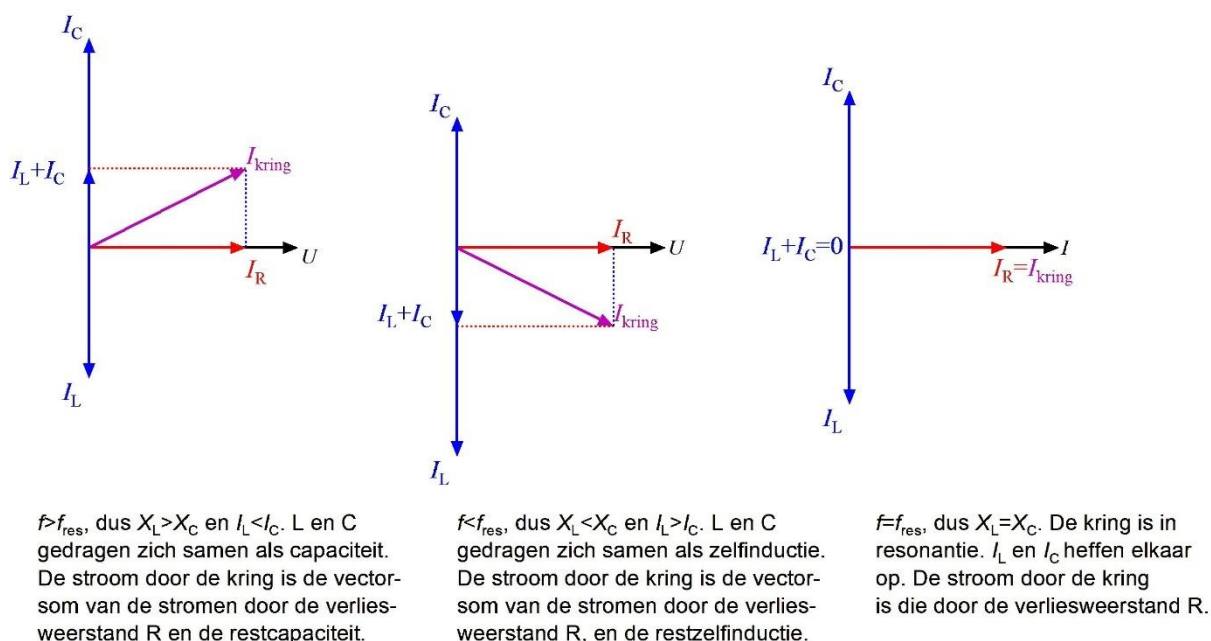
Doorlaten is het omgekeerde van sperren. Op de resonantiefrequentie na is bij een banddoorlaatfilter vrijwel alles omgekeerd in vergelijking met een bandsperfilter. We bekijken eerst het schema in Figuur 5.8-10.



Figuur 5.8-10. LC-parallelkring met verliesweerstand  $R_{\text{verlies}}$  en wisselstroombron.

Spoel, condensator en verliesweerstand staan parallel. De gemeenschappelijke grootte voor alle onderdelen is daarom  $U$ , niet  $I$ . Verliezen worden weergegeven door een parallel

geschakelde weerstand. Als die oneindig is, zijn er geen verliezen, want er loopt dan geen stroom door. Bij de seriekring betekende een verliesweerstand van  $0\ \Omega$  juist een verliesvrije kring. Voor nog meer verschillen bekijken we in Figuur 5.8-11 de vectordiagrammen die horen bij de schakeling in Figuur 5.8-10.



Figuur 5.8-11. Vectordiagrammen van de parallelkring van Figuur 5.8-10 voor frequentie  $f$  groter, kleiner en gelijk aan de resonantiefrequentie  $f_{res}$ .

Omdat de spanning over alle elementen dezelfde is, zien we in de vectordiagrammen de afzonderlijke stromen in plaats van de spanningen, zoals het geval was in Figuur 5.8-7.

In het linker diagram is de stroom door de condensator groter dan door de spoel. De reactantie van de condensator is dus het kleinst. Dan moet  $f$  groter dan  $f_{res}$  zijn. De condensator en de spoel reageren dus samen als capaciteit: de kring is *capacitief*. Dat is het omgekeerde van Figuur 5.8-7, waar de kring voor dezelfde situatie inductief was.

Voor het middelste diagram mogen we daarom ook de omgekeerde situatie van Figuur 5.8-7 verwachten en dat is ook zo. In het rechterdiagram heffen de stromen elkaar op zoals de spanningen dat deden in Figuur 5.8-7.

Ook parallelschakelingen van  $L$  en  $C$  hebben een kwaliteitsfactor  $Q$ . De vergelijking daarvoor gaat ook op de kop. Voor de kwaliteitsfactor  $Q$  van een parallelkring geldt

$$Q = \frac{R_{verlies}}{X_{Lres}} = \frac{R_{verlies}}{\omega_{res}L} \quad (5.8-11)$$

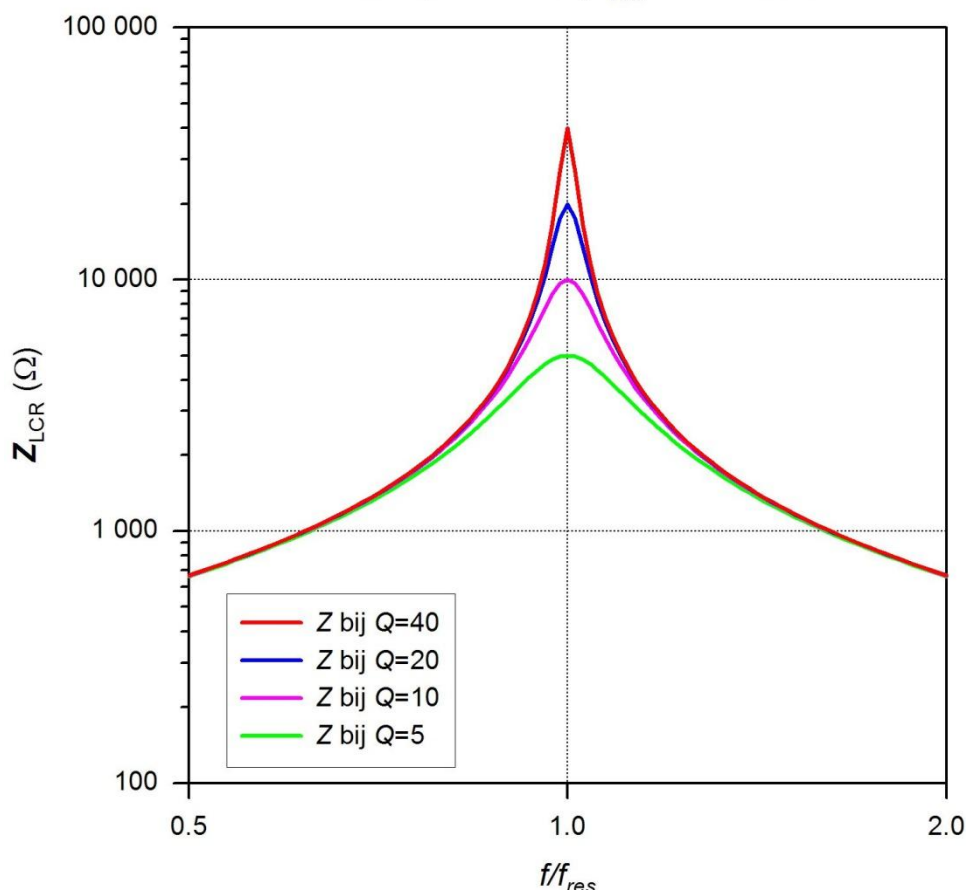
Voor wie wil uitgaan van de capaciteit in plaats van de zelfinductie kan het ook zo:

$$Q = \frac{R_{\text{verlies}}}{X_{\text{Cres}}} = R_{\text{verlies}} \omega_{\text{res}} C \quad (5.8-12)$$

Voor  $\omega$  mag natuurlijk weer  $2\pi f$  worden geschreven. Figuur 5.8-12 geeft de berekende impedantie voor dezelfde vier waarden van  $Q$  als voor de seriekring.

### Impedantie van een parallelkring

$$L = 1 \text{ mH}, C = 1 \text{ nF}, f_{\text{res}} = 159 \text{ kHz}$$

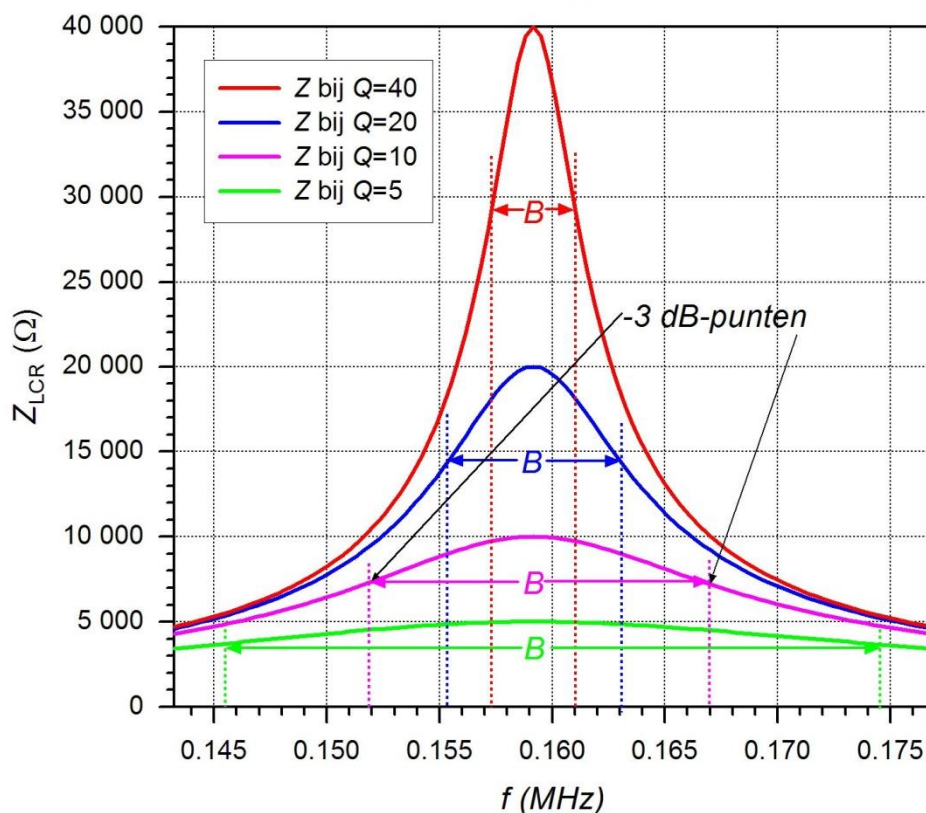


Figuur 5.8-12. Berekende impedantie  $Z_{\text{LCR}}$  van een parallelkring volgens Figuur 5.8-10, uitgezet tegen de verhouding van frequentie en resonantiefrequentie bij verschillende waarden van de kwaliteitsfactor  $Q$ .

Figuur 5.8-12 is ongeveer Figuur 5.8-8 op zijn kop, zoals verwacht. Ook hier is de curve die bij de laagste  $Q$  hoort, weer de vlakste en die voor de hoogste  $Q$  de steilste. Er zijn per curve weer twee -3 dB-punten (nu met minteken, want ze liggen onder de top). De bandbreedte  $B$  is erop gebaseerd en de vergelijkingen (5.8-9) en (5.8-10) zijn onveranderd van toepassing. Soms blijft iets wel eens gelijk. Net als voor de seriekring geven we een vergroting van het gebied bij de resonantiefrequentie (Figuur 5.8-13).

## Impedantie van een parallelkring bij het resonantiepunt

$$L = 1 \text{ mH}, C = 1 \text{ nF}, f_{\text{res}} = 0,159 \text{ MHz}$$



Figuur 5.8-13. Berekenende bandbreedten  $B$  voor verschillende waarden van  $Q$  voor dezelfde kring als in Figuur 5.8-12. De  $-3\text{dB}$ -punten liggen op de snijpunten van de gestippelde verticale hulplijnen met de impedantiekrommen van dezelfde kleur. Voor  $Q=10$  zijn ze met pijlen aangegeven.

De bandbreedten  $B$  in Figuur 5.8-13 zijn zoals gezegd te berekenen met vergelijking (5.8-9). Ook hier geldt dat  $Q$  kan worden bepaald uit  $B$  volgens vergelijking (5.8-10) als  $B$  bekend is.

De parallelkring is geschikt om een frequentieband(je) over te houden uit een spectrum aan frequenties. Hij wordt daarom veel toegepast in ontvangers. In een ontvanger probeert men één frequentiebandje over te houden met daarin alleen het signaal van het station dat men wil beluisteren. Dat lukt overigens onvoldoende met één enkele kring. Daarover volgt later meer in het hoofdstuk over ontvangers.

### 5.8.5 LC(R)-filters samengevat.

Serie- en parallelkringen zijn in veel opzichten, maar niet in alle, elkaars tegengestelde.

In Tabel 5.8-1 zijn de overeenkomsten (groen) en verschillen (rood) samengevat.

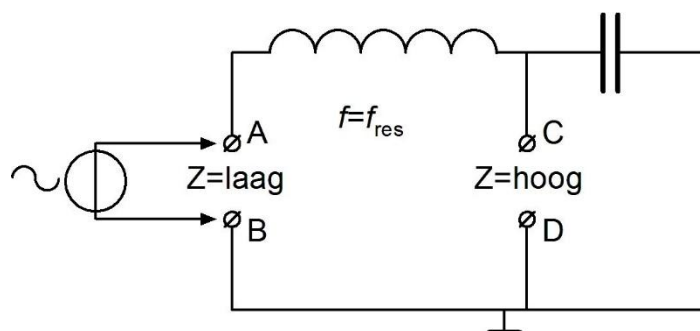
Tabel 5.8-1. *Overeenkomsten en verschillen tussen een serie- en een parallelkring*

|                                     | Seriekring                                                        | Parallelkring                                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Onderdelen staan                    | In serie                                                          | Parallel                                                          |
| Gemeenschappelijk                   | Stroom $I$                                                        | Spanning $U$                                                      |
| Vectoroptelling van                 | Spanningen per onderdeel                                          | Stromen per onderdeel                                             |
| Resonantievoorwaarde                | $X_L = X_C$                                                       | $X_L = X_C$                                                       |
| Resonantiefrequentie                | $f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$                               | $f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$                               |
| Impedantie bij resonantie           | 0, in werkelijkheid laag                                          | $\infty$ , in werkelijkheid hoog                                  |
| Filtoepassing                       | Frequentieband wegwerken                                          | Frequentieband overhouden                                         |
| $Z$ bij $f < \text{resonantie}$     | Capacitief                                                        | Inductief                                                         |
| $Z$ bij $f > \text{resonantie}$     | Inductief                                                         | Capacitief                                                        |
| Kwaliteitsfactor $Q$ bij resonantie | $Q = \frac{X_{Lres}}{R_{verlies}} = \frac{X_{Cres}}{R_{verlies}}$ | $Q = \frac{R_{verlies}}{X_{Lres}} = \frac{R_{verlies}}{X_{Cres}}$ |
|                                     | Uitgewerkt:                                                       | Uitgewerkt:                                                       |
|                                     | $Q = \frac{2\pi fL}{R_{serie}} = \frac{1}{2\pi fCR_{serie}}$      | $\frac{R_{parallel}}{2\pi fL} = 2\pi fCR_{parallel}$              |
| Grenzen bandbreedte $B$             | +3dB-punten                                                       | -3dB-punten                                                       |
| Bandbreedte $B$ , vergelijking      | $B = \frac{f_{res}}{Q}$                                           | $B = \frac{f_{res}}{Q}$                                           |

### 5.8.6 Andere filters met spoelen en condensatoren

Er zijn heel wat typen filters met meer dan één spoel en één condensator of één weerstand. Sommige zijn vooral bedoeld om een doorlaat scherper te maken, andere om impedanties te transformeren. Bij de transformatoren in Hoofdstuk 6 gaan we op die laatste soort wat uitvoeriger in. Eigenlijk kennen we al één impedantietransformator. Als je een seriekring iets anders aansluit, wordt het een parallelkring en omgekeerd. De seriekring heeft in resonantie een lage impedantie; de parallelkring een hoge.

We beginnen weer met een plaatje: Figuur 5.8-14.



Figuur 5.8-14. LC-Impedantietransformator

Gezien vanaf de aansluitingen A en B hebben we te maken met een seriekring. Bij resonantie is de impedantie laag, zoals we in Tabel 5.8-1 kunnen zien. Sluiten we de bron links in het plaatje op klemmen A en B aan, dan is er een lage weerstand tussen A en B. De schakeling is dan, gezien vanaf aansluitpunten C en D, een parallelkring. De impedantie daarvan is hoog. Het gevolg is dat ook de spanning tussen C en D veel hoger is dan die tussen A en B. Dat verschijnsel staat bekend als *opslinging*. De beschikbare stroom op de punten C en D is evenredig lager. Anders zou een kring uit het niets energie opwekken. Uit hoofdstuk 2 (Twee grondbeginselen uit de natuurkunde) weten we al, dat zoiets niet kan.

Wat wel kan, is gebruik van het schema van Figuur 5.8-14 in omgekeerde richting: verbind een bron met hoge inwendige weerstand met C en D en je vindt het signaal terug op A en B, maar met lagere spanning en hogere stroom. Magie? Nee, consequent doorredeneren.

Er zijn eindeloos veel andere mogelijkheden, waarvan we een aantal bij eindtrappen van zenders zullen tegenkomen.

## 5.9 Niet-sinusvormige signalen

### 5.9.1 Ontbinding in sinusvormige signalen

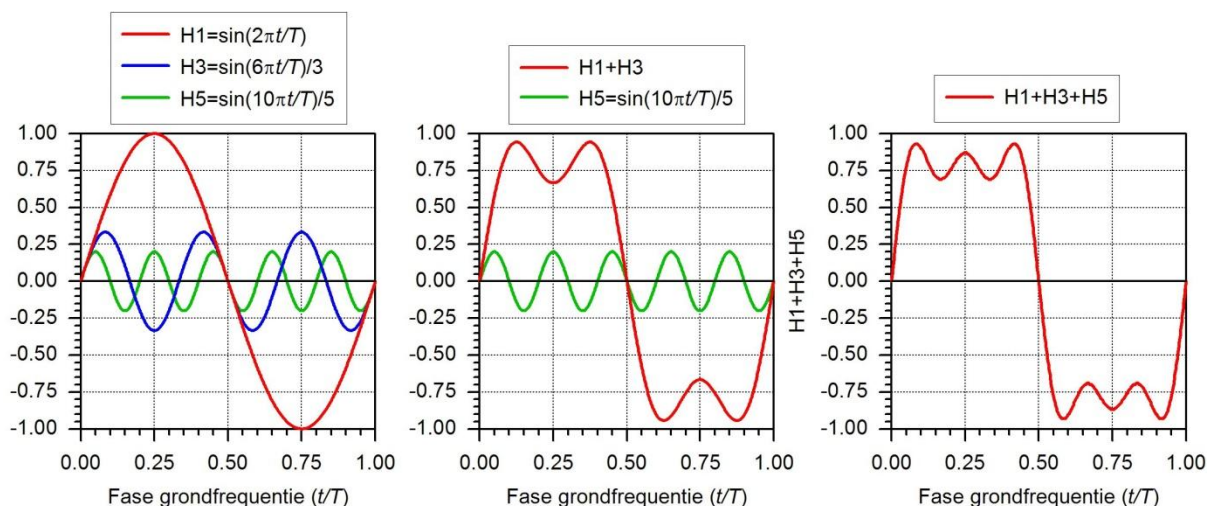
We hebben al met enkele niet-sinusvormige golfvormen kennis gemaakt, de blok- en de driehoeksgolf. De Franse wiskundige en natuurkundige Fourier (1768-1830) ontdekte dat een niet-sinusvormige golf die zich eindeloos (in de praktijk: vaak genoeg) herhaalt, de som is van een –meestal oneindig- aantal wél-sinusvormige golven. De frequentie van die sinusvormige golven is een geheel veelvoud van de frequentie van de oorspronkelijke golf, die we ook wel de *grondgolf* noemen. Die worden vaak aangeduid met de term *harmonischen*. Harmonischen van een golf met frequentie  $f$  zijn dus sinusgolven met frequentie  $2f$ ,  $3f$ , enzovoort. De amplitudes daarvan zijn vrijwel altijd kleiner dan die van de grondgolf.

Je kunt ook zeggen dat een golf met één frequentie per definitie een zuivere sinusvorm heeft. Alle afwijkingen van de sinusvorm zijn bijmengingen van harmonischen. Een

blokgolf met periode  $t$  bestaat bijvoorbeeld uit alle oneven harmonischen van de grondgolf volgens

$$\text{Blokgolf} = A \sin(\omega t) + \frac{A \sin(3\omega t)}{3} + \frac{A \sin(5\omega t)}{5} + \frac{A \sin(7\omega t)}{7} + \dots \quad (5.9-1)$$

Daarin is  $A$  de amplitude van de grondgolf. Hoe dat in zijn werk gaat, zien we in Figuur 5.9-1.



Figuur 5.9-1. Optelling van drie oneven harmonischen (grondfrequentie en harmonischen 3 en 5) waarbij de blokgolf min of meer zichtbaar wordt.

Wie het proces verder wil volgen, kan kijken naar [dit filmpje](#), dat doorgaat tot en met de 25<sup>e</sup> harmonische.

De driehoeksgolf zit op een soortgelijke manier in elkaar, maar de amplitudes van de harmonischen nemen niet met het getal van de harmonische af, maar met het kwadraat ervan:

$$\text{Driehoeksgolf} = A \sin(\omega t) + \frac{A \sin(3\omega t)}{9} + \frac{A \sin(5\omega t)}{25} + \frac{A \sin(7\omega t)}{49} + \dots \quad (5.9-2)$$

We hebben in 5.6.2 al gezien dat een blokstroom in een condensator leidt tot een driehoeksspanning in een condensator. Vergelijking (5.9-2) geeft aan dat de harmonischen zwakker zijn dan bij de blokgolf. Dat is niet vreemd, als we bedenken dat de stroombron die de blokstroom leverde een heel hoge inwendige weerstand had. Die bron werd gevolgd door een condensator. Die constructie kennen we van 5.8.2: dat is een laagdoorlaatfilter. Hoe hoger de frequentie, des te meer wordt deze verzwakt. In dit geval is er door de theoretisch oneindig hoge inwendige weerstand van de stroombron geen echte kantelfrequentie, maar wel de helling van de doorlaatkromme van het laagdoorlaatfilter van Figuur 5.8-3. Een laagdoorlaatfilter verzwakt dus harmonischen en



brengt de oorspronkelijke golfvorm dichter bij de sinusvorm. Dat een driehoeksgolf meer op een sinus lijkt dan een blokgolf is dus niet vreemd.

We zagen tot nu toe *oneven* harmonischen. Dat zijn frequenties met een oneven (1, 3, 5, enz.) veelvoud van de grondfrequenties (nummer 1 is de grondfrequentie zelf). Golfvormen met op de grondgolf na uitsluitend even harmonischen (1, 2, 4, 6, 8, enz. maal de grondfrequentie) bestaan ook. In vervormde sinusgolven vinden we meestal zowel even als oneven harmonischen. Meer over harmonischen vind je bijvoorbeeld op <https://nl.wikipedia.org/wiki/Golfvorm>.

### 5.9.2 Effecten van filters

Een zender moet zo min mogelijk harmonische uitzenden. Daarmee storen we andere gebruikers van het radiospectrum en dat is niet de bedoeling. Daarom zijn er voorschriften voor de maximale hoeveelheid harmonischen die een uitgezonden signaal mag bevatten.

Omdat in elke hoogfrequent versterker vervorming optreedt, ontstaan er ook altijd harmonischen. Daar moeten we weer vanaf. Een laagdoorlaatfilter is daarbij een onmisbaar hulpmiddel. Als het goed is ontworpen, wordt de grondgolf netjes doorgelaten en worden de harmonischen voldoende verzwakt.

Een laagdoorlaatfilter in een zendereindtrap bevat praktisch nooit weerstanden, wel spoelen en condensatoren. Over de reden hebben we het al gehad. Een weerstand zet onze kostbare zenderenergie voor een belangrijk deel om in warmte (en bij een fout ontwerp misschien in rook), wat natuurlijk niet de bedoeling is. Spoelen en condensatoren van goede kwaliteit doen dat (bijna) niet, zoals we hebben gezien. Hierop komen we bij de zenders terug.

## 5.10 Opgaven

### 5.10.1 Hoe werkt dit?

Deze paragraaf bevat meerkeuzevragen over de in dit hoofdstuk behandelde stof. Om van een opgave naar de bijbehorende uitwerking te komen, klik je op de pijl die er zo uit ziet:

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 

Bij de uitwerking is het juiste antwoord vetgedrukt, maar veel belangrijker zal meestal de uitwerking zelf zijn. Na de uitwerking vind je een pijl die je terugbrengt naar de opgave. Die ziet er zo uit:

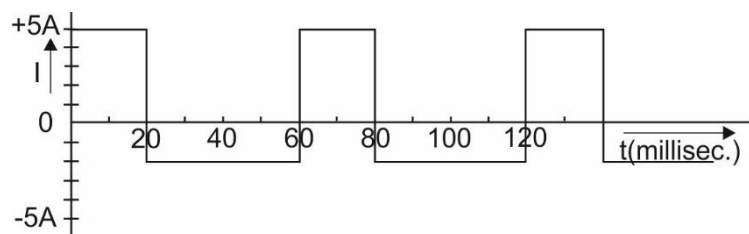
 Terug naar de opgave

Wil je met de volgende opgave aan de slag, dan klik je op deze pijl:

Naar de volgende opgave 

Bij de uitwerking van de laatste opgave ontbreekt deze laatste pijl en is er alleen de rode pijl die je terugbrengt naar de opgave. Veel meer opgaven vind je in de examentraining bij dit hoofdstuk op de cursussite.

### 5.10.2 Opgave 5-1

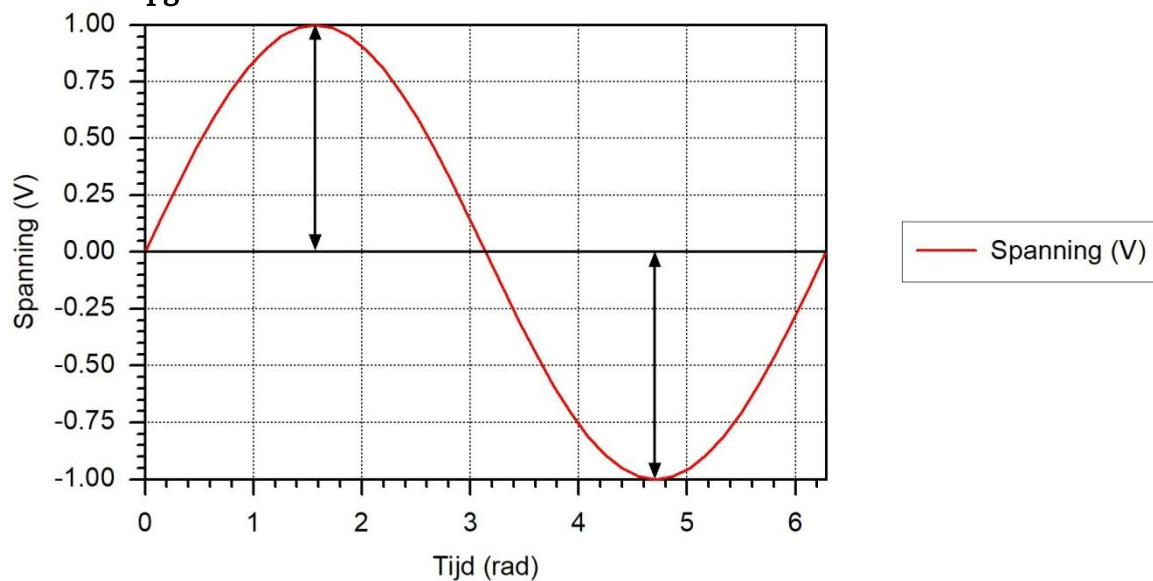


De gemiddelde waarde van de stroom is

- A. 3 A
- B. 1,167 A
- C. 0,5 A
- D. 0,333 A

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 

### 5.10.3 Opgave 5-2



De tweepuntige pijlen in de afbeelding geven elk aan

- A. De amplitude
- B. De effectieve waarde
- C. De gemiddelde waarde
- D. De halve amplitude

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



#### 5.10.4 Opgave 5-3

Een sinusvormige spanning met  $U_{max} = 10 \text{ V}$  wordt aangesloten op een weerstand van  $10 \Omega$ . De effectieve stroom door de weerstand is ongeveer

- A. 1 A
- B. 0,7 A
- C. 1,4 A
- D. 10 A

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 

**5.10.5 Opgave 5-4**

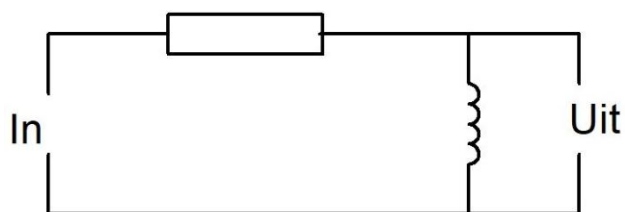
Een sinusvormige spanning met  $U_{max} = 10 \text{ V}$  wordt aangesloten op een weerstand van  $10 \text{ }\Omega$ . Het opgenomen vermogen is

- A. 5 W
- B. 7,07 W
- C. 10 W
- D. 100 W

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking

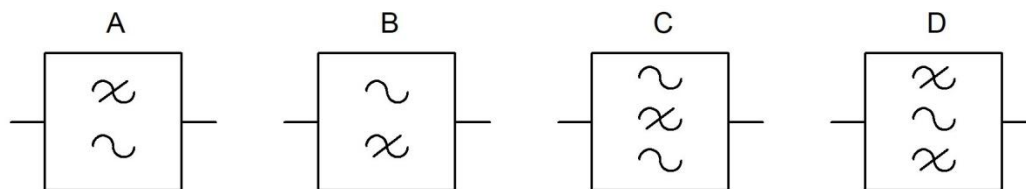


### 5.10.6 Opgave 5-5



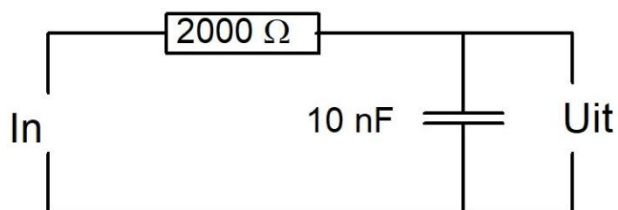
Welk schemasymbool hoort bij deze schakeling?

- A. Symbool A
- B. Symbool B
- C. Symbool C
- D. Symbool D



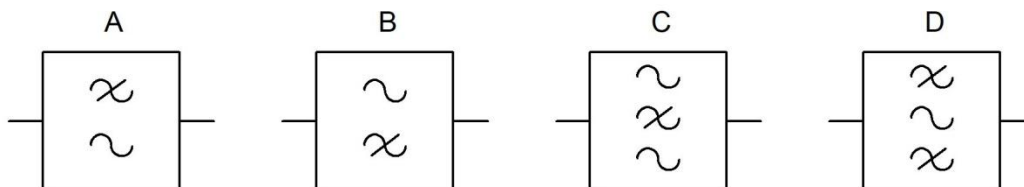
Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 

## 5.10.7 Opgave 5-6



Welk schemasymbool hoort bij deze schakeling?

- A. Symbool A
- B. Symbool B
- C. Symbool C
- D. Symbool D



Antwoord gevonden? Naar de uitwerking





### 5.10.8 Opgave 5-7

De frequentie van een wisselspanning bedraagt 100 Hz. Het aantal perioden gedurende 1 minuut bedraagt

- A. 600
- B. 100
- C. 60
- D. 6000

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 



### 5.10.9 Opgave 5-8

De periodeduur van een wisselspanning van 100 Hz bedraagt

- A. 100 ms
- B. 0,1 s
- C. 10 ms
- D. 6000 s

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



**5.10.10 Opgave 5-9**

Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A. De spoel heeft een onbekende verliesweerstand.

De impedantie bedraagt ongeveer

- A. 720  $\Omega$
- B. 120  $\Omega$
- C. 1910  $\Omega$
- D. 130  $\Omega$

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



**5.10.11 Opgave 5-10**

Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A. De reactantie van de spoel is ongeveer

- A. 8,3 m $\Omega$
- B. 720  $\Omega$
- C. 120  $\Omega$
- D. 1910  $\Omega$

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



**5.10.12 Opgave 5-11**

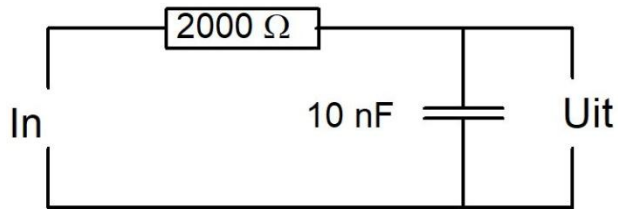
Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A.

De ohmse weerstand (verliesweerstand) van de spoel bedraagt ongeveer

- A. 10  $\Omega$
- B. 50  $\Omega$
- C. 120  $\Omega$
- D. 130  $\Omega$

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



**5.10.13 Opgave 5-12**

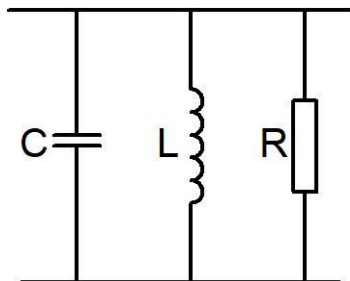
Bij de schakeling hoort

- A. Een kantelfrequentie van ongeveer 8000 Hz
- B. Een resonantiefrequentie van ongeveer 8000 Hz
- C. Een kantelfrequentie van ongeveer 50000 Hz
- D. Een resonantiefrequentie van ongeveer 50000 Hz

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



### 5.10.14 Opgave 5-13



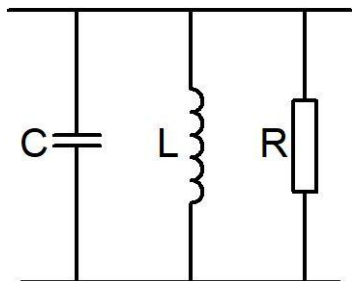
In de parallelkring wordt C vervangen door een 2x zo kleine capaciteit. Daardoor wordt de resonantiefrequentie ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot
- D. 1,4 x zo klein

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



### 5.10.15 Opgave 5-14

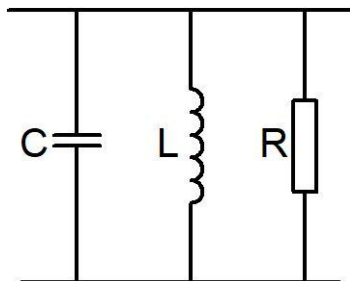


In de parallelkring wordt R vervangen door een 2x zo grote weerstand. Daardoor wordt de kwaliteitsfactor  $Q$  ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot
- D. 1,4 x zo klein

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



**5.10.16 Opgave 5-15**

In de parallelkring wordt L vervangen door een spoel met 2x zo hoge zelfinductie.  
Daardoor wordt de resonantiefrequentie ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot
- D. 1,4 x zo klein

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking





### 5.10.17 Opgave 5-16

Een parallelkring met  $L$  en  $C$  resoneert op 10 MHz.  $Q$  bedraagt 100. De bandbreedte  $B$  is

- A. 100 kHz
- B. 10 kHz
- C. 1 MHz
- D. 140 kHz

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking 



### 5.10.18 Opgave 5-17

In een seriekring is  $X_L = 20 \text{ k}\Omega$ . De verliesweerstand bedraagt ongeveer  $200 \Omega$ .  $Q$  bedraagt ongeveer

- A.  $100 \Omega$
- B. 100
- C. 100 V
- D. 100 A

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking





### 5.10.19 Opgave 5-18

Een seriekring met  $L=20\text{ mH}$  en  $C=1\text{ nF}$  is in resonantie. De verliesweerstand bedraagt ongeveer  $50\ \Omega$ . De impedantie van de kring bedraagt ongeveer

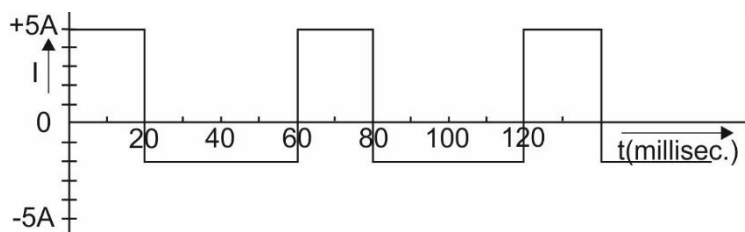
- A.  $71\ \Omega$
- B.  $29\ \Omega$
- C.  $50\ \Omega$
- D.  $55\ \Omega$

Antwoord gevonden? Naar de uitwerking



## 5.11 Uitwerkingen

### 5.11.1 Uitwerking van Opgave 5-1



De gemiddelde waarde van de stroom is

- A. 3 A
- B. 1,167 A
- C. 0,5 A
- D. 0,333 A

#### Uitwerking

Begin met het vinden van een volledige periode. Die begint bijvoorbeeld bij het punt 60 ms op de horizontale as (ook op 0 ms). Van 60 tot 80 ms, dus 20 ms lang is de stroom 5 A. Van 80 tot 120 ms, 40 ms lang, is de stroom tegengesteld, -2 A. Daarna begint de volgende periode, waarna de stroom weer + 5 A wordt: het begin van de volgende periode. Het gemiddelde voor de periode is

$$\frac{20 \text{ ms} * 5 \text{ A} - 40 \text{ ms} * 2 \text{ A}}{60 \text{ ms}} = \frac{20}{60} \text{ A} = 0,333 \text{ A}$$

Dat betekent antwoord D.

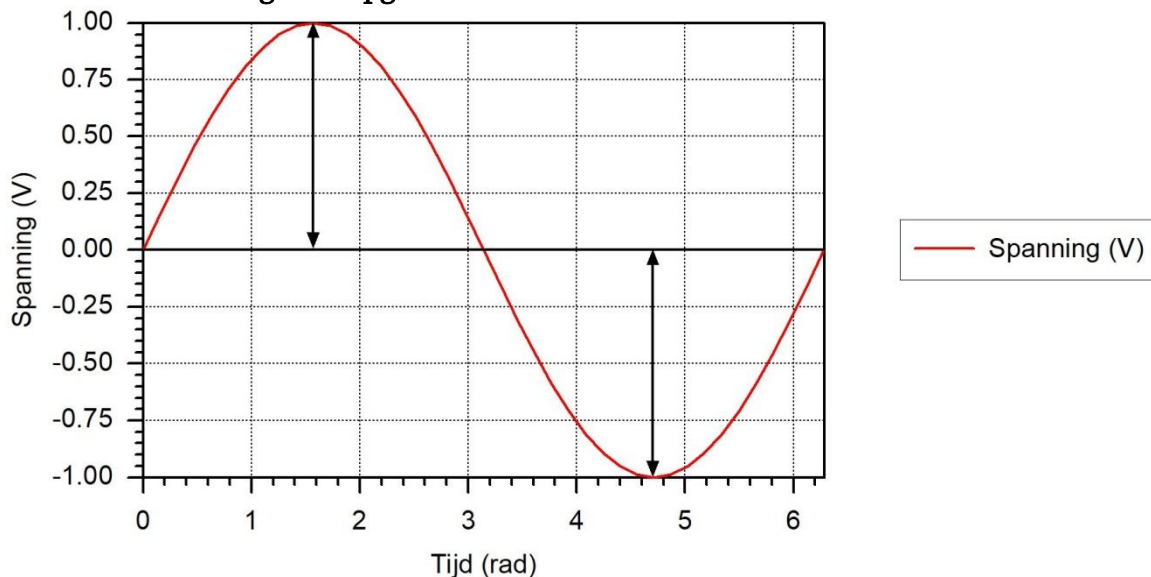


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.2 Uitwerking van Opgave 5-2



De tweepuntige pijlen in de afbeelding geven elk aan

- A. De amplitude
- B. De effectieve waarde
- C. De gemiddelde waarde
- D. De halve amplitude

### Uitwerking

De zwarte pijlen geven de amplitude aan. De effectieve waarde is amplitude gedeeld door  $\sqrt{2}$ , de gemiddelde waarde is 0 en de halve amplitude is een halve pijllengte en heeft geen praktische betekenis.

Antwoord A dus.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave





### 5.11.3 Uitwerking van Opgave 5-3

Een sinusvormige spanning met  $U_{max} = 10 \text{ V}$  wordt aangesloten op een weerstand van  $10 \Omega$ . De effectieve stroom door de weerstand is ongeveer

- A. 1 A
- B. 0,7 A**
- C. 1,4 A
- D. 10 A

#### Uitwerking

Als  $U_{max} 10 \text{ V}$  is, is  $U_{eff} = 10 \text{ V} / \sqrt{2} \approx 7,07 \text{ V}$ . Die spanning over een weerstand van  $10 \Omega$  leidt tot een stroom van  $0,707 \text{ A}$  is ongeveer  $0,7 \text{ A}$ . Antwoord B.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



#### 5.11.4 Uitwerking van Opgave 5-4

Een sinusvormige spanning met  $U_{max} = 10 \text{ V}$  wordt aangesloten op een weerstand van  $10 \text{ }\Omega$ . Het opgenomen vermogen is

- A. 5 W
- B. 7,07 W
- C. 10 W
- D. 100 W

#### Uitwerking

Als  $U_{max} 10 \text{ V}$  is, is  $U_{eff} = 10 \text{ V} / \sqrt{2}$ . Vermogen  $P$  volgt uit effectieve spanning en weerstand volgens  $P = U_{eff}^2 / R = 50 / 10 \text{ W} = 5 \text{ W}$ . Dat is antwoord A.

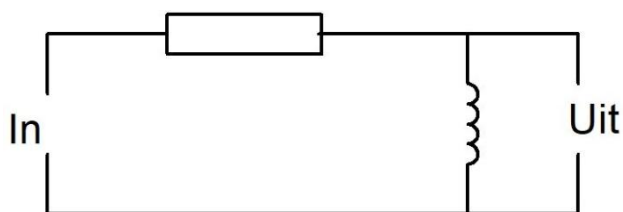


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave

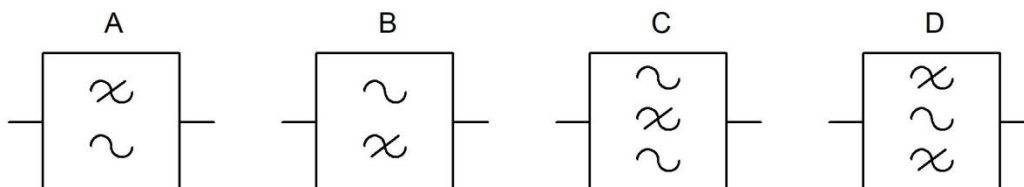


### 5.11.5 Uitwerking van Opgave 5-5



Welk schemasymbool hoort bij deze schakeling?

- A. Symbool A
- B. Symbool B**
- C. Symbool C
- D. Symbool D



### Uitwerking

De schakeling is door de zelfinductie een verzwakker voor lage frequenties. Naarmate de frequentie hoger is, wordt de reactantie van de spoel hoger en worden de verliezen langs dit zijpad kleiner, De schakeling is daarom een hoogdoorlaatfilter, symbool B en antwoord B.

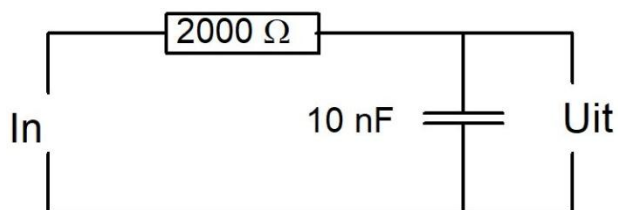


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave

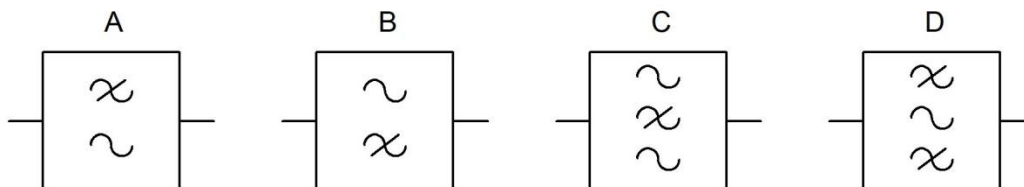


### 5.11.6 Uitwerking van Opgave 5-6



Welk schemasymbool hoort bij deze schakeling?

- A. Symbool A
- B. Symbool B
- C. Symbool C
- D. Symbool D



### Uitwerking

De waarden van de componenten doen hier niet ter zake, wel dat het om een weestand en een condensator gaat. Naarmate de frequentie hoger wordt, wordt de reactantie van de condensator kleiner en lekt steeds meer signaal via de condensator weg. Daarom gaat het hier om een laagdoorlaatfilter: symbool A en antwoord A.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



**5.11.7 Uitwerking van Opgave 5-7**

De frequentie van een wisselspanning bedraagt 100 Hz. Het aantal perioden gedurende 1 minuut bedraagt

- A. 600
- B. 100
- C. 60
- D. **6000**

**Uitwerking**

100 Hz betekent 100 perioden per seconde. In een minuut gaan 60 seconden, dus dat wordt  $60 \cdot 100$  perioden = 6000 perioden in 1 minuut: antwoord D.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave





### 5.11.8 Uitwerking van Opgave 5-8

De periodeduur van een wisselspanning van 100 Hz bedraagt

- A. 100 ms
- B. 0,1 s
- C. 10 ms**
- D. 6000 s

#### **Uitwerking**

100 Hz betekent 100 perioden per seconde. Per periode betekent dat een duur van 0,01 s is 10 ms. Antwoord C.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.9 Uitwerking van Opgave 5-9

Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A. De spoel heeft een onbekende verliesweerstand.

De impedantie bedraagt ongeveer

- A. 720  $\Omega$
- B. 120  $\Omega$
- C. 1910  $\Omega$
- D. 130  $\Omega$

#### **Uitwerking**

We berekenen de impedantie  $Z$  uit stroom  $I = 2$  A en spanning  $U = 260$  V volgens

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{260 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 130 \Omega$$

De waarde van de zelfinductie is hier nutteloos. Op het zendexamen komen zulke dingen meer voor, dus wen er maar aan. Het is een test om te zien of je stevig genoeg in je schoenen staat. Het goede antwoord is D



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.10 Uitwerking van Opgave 5-10

Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A. De reactantie van de spoel is ongeveer

- A. 8,3 mΩ
- B. 720 Ω
- C. 120 Ω**
- D. 1910 Ω

Dit is Opgave 5-9, maar met een andere vraagstelling. Het gaat nu niet om de impedantie  $Z$  maar om de reactantie van de spoel. Nu is de spanning overbodig. Kom dus niet in de verleiding om een circus met een vectoranalyse op te tuigen. De reactantie  $X_L$  volgt uit zelfinductie  $L$  en frequentie  $f$  volgens

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,382 \, \Omega = 120 \, \Omega$$

Antwoord C is het juiste antwoord.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.11 Uitwerking van Opgave 5-11

Een spoel met een coëfficiënt van zelfinductie van 382 mH is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 260 V en een frequentie van 50 Hz. De spoel neemt daarbij een stroom op van 2 A.

De ohmse weerstand (verliesweerstand) van de spoel bedraagt ongeveer

- A. 10  $\Omega$
- B. 50  $\Omega$
- C. 120  $\Omega$
- D. 130  $\Omega$

#### Uitwerking

En hier komt de aap uit de mouw: de vorige twee opgaven waren inleidingen tot deze opgave. Nu hebben we een vectordiagram nodig. Een spoel met een verliesweerstand is te beschouwen als een serieschakeling van de spoel en zijn verliesweerstand:



Door beide loopt dezelfde stroom  $I$ . De spanning  $U_R$  over de weerstand is in fase met  $I$ .

De spanning  $U_L$  over de spoel loopt 90 graden in fase voor op  $I$ . Het vectordiagram ziet er dan uit als in de tekening.

Uit het vectordiagram volgt:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

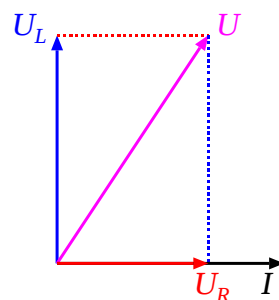
Omdat weerstand en reactantie evenredig zijn met spanning, geldt ook

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Wat hetzelfde is als

$$R = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$$

Voor  $Z$  vonden we eerder 130  $\Omega$ , voor  $X_L$  120  $\Omega$ . Invullen in de laatste vergelijking leidt tot  $R = 50 \Omega$ , antwoord B.

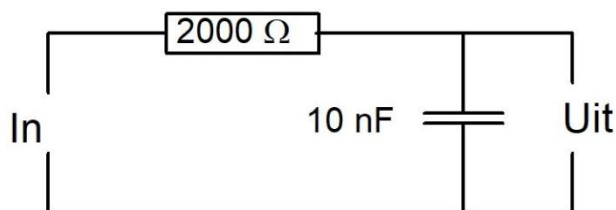


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.12 Uitwerking van Opgave 5-12



Bij de schakeling hoort

- A. Een kantelfrequentie van ongeveer 8000 Hz
- B. Een resonantiefrequentie van ongeveer 8000 Hz
- C. Een kantelfrequentie van ongeveer 50000 Hz
- D. Een resonantiefrequentie van ongeveer 50000 Hz

#### Uitwerking

Bij een RC-filter hoort geen resonantiefrequentie omdat het niet resoneert. Dat doet een LC-filter. Daarmee vervallen de antwoorden B en D. Een RC-filter heeft een kantelfrequentie.

Voor de kantelfrequentie  $f_k$  van dit filter geldt

$$f_k = \frac{1}{2\pi RC}$$

Invullen van  $2000\ \Omega$  voor  $R$  en  $10\ \text{nF} = 10^{-8}\ \text{F}$  voor  $C$  leidt tot  $f_k = 7958\ \text{Hz} \approx 8000\ \text{Hz}$ .

Dat betekent dat antwoord A het juiste is.

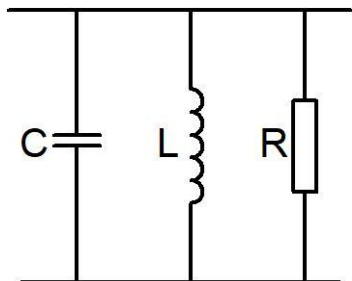


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.13 Uitwerking van Opgave 5-13



In de parallelkring wordt C vervangen door een 2x zo kleine capaciteit. Daardoor wordt de resonantiefrequentie ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot**
- D. 1,4 x zo klein

#### **Uitwerking**

We zien een parallelkring van L en C met een parallelweerstand R. De vergelijking voor de resonantiefrequentie  $f$  luidt

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

De resonantiefrequentie is dus omgekeerd evenredig met (onder meer)  $\sqrt{C}$ . Wordt  $C$  2 keer zo klein, dan wordt  $f$   $\sqrt{2}$  keer zo groot.  $\sqrt{2}$  is bij benadering gelijk aan 1,4. Dan is antwoord C goed.

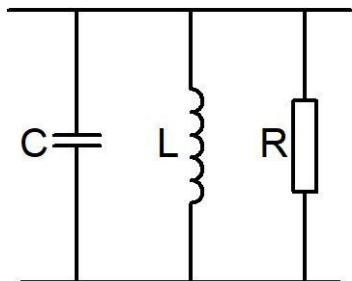


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.14 Uitwerking van Opgave 5-14



In de parallelkring wordt R vervangen door een 2x zo grote weerstand. Daardoor wordt de kwaliteitsfactor  $Q$  ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot
- D. 1,4 x zo klein

#### Uitwerking

Bij een parallelle LC-kring is de kwaliteitsfactor  $Q$  evenredig met de parallel geschakelde weerstand. Wordt die weerstand 2 maal zo groot, dan gebeurt hetzelfde met  $Q$ .

Daaruit volgt dat antwoord A goed is.

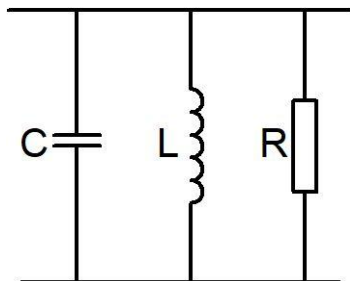


Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



### 5.11.15 Uitwerking van Opgave 5-15



In de parallelkring wordt L vervangen door een spoel met 2x zo hoge zelfinductie. Daardoor wordt de resonantiefrequentie ongeveer

- A. 2x zo groot
- B. 2x zo klein
- C. 1,4 x zo groot
- D. 1,4 x zo klein

#### Uitwerking

Hier geldt hetzelfde verhaal als bij de condensator in de uitwerking van Opgave 5-13. We beginnen met de vergelijking voor de resonantiefrequentie  $f$ :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Uit de vergelijking blijkt dat als  $L$  2x zo groot wordt, de frequentie  $\sqrt{2} \approx 1,4$  maal zo klein wordt, want  $L$  staat in de noemer en onder een wortelteken. Dat betekent antwoord D.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave





### 5.11.16 Uitwerking van Opgave 5-16

Een parallelkring met L en C resoneert op 10 MHz.  $Q$  bedraagt 100. De bandbreedte  $B$  is

- A. 100 kHz
- B. 10 kHz
- C. 1 MHz
- D. 140 kHz

#### **Uitwerking**

De bandbreedte  $B$  is gelijk aan de resonantiefrequentie  $f$  gedeeld door  $Q$  dus

$$B = \frac{f}{Q}$$

We moeten dus 10 MHz delen door 100 om  $B$  te vinden. Daar komt 0,1 MHz = 100 kHz uit. Antwoord A is daarom goed.



Terug naar de opgave

Naar de volgende opgave



**5.11.17 Uitwerking van Opgave 5-17**

In een seriekring is bij resonantie  $X_L = 20 \text{ k}\Omega$ . De verliesweerstand bedraagt ongeveer  $200 \text{ }\Omega$ .  $Q$  bedraagt ongeveer

- A.  $100 \text{ }\Omega$
- B. 100**
- C.  $100 \text{ V}$
- D.  $100 \text{ A}$

**Uitwerking**

In een seriekring in resonantie geldt voor  $Q$  bij een verliesweerstand  $R$

$$Q = \frac{X_L}{R}$$

Dat is dus precies andersom als bij de parallelkring van Opgave 5-14. Dat houdt in dat  $Q$  gelijk is aan  $20 \text{ k}\Omega$  gedeeld door  $200 \text{ }\Omega$  is 100. Daarmee zijn we er nog niet, want bij de antwoorden kun je kiezen uit een weerstand, een getal, een spanning of een stroom.

De grootheden  $X_L$  en  $R$  worden beide uitgedrukt in ohm ( $\Omega$ ) Als je ze op elkaar deelt is de eenheid ohm een 1 geworden en blijft alleen het bijbehorende getal, in dit geval 100, over. 100 keer 1 is 100. Antwoord B is het juiste antwoord.

[Terug naar de opgave](#)[Naar de volgende opgave](#)

**5.11.18 Uitwerking van Opgave 5-18**

Een seriekring met  $L=20\text{ mH}$  en  $C=1\text{ nF}$  is in resonantie. De verliesweerstand bedraagt ongeveer  $50\ \Omega$ . De impedantie van de kring bedraagt ongeveer

- A.  $71\ \Omega$
- B.  $29\ \Omega$
- C.  $50\ \Omega$
- D.  $55\ \Omega$

**Uitwerking**

Deze opgave kan de verleiding hebben tot een heleboel rekenwerk. Maar met wat inzicht ben je zo bij het antwoord. Een ideale seriekring heeft bij resonantie 0 reactantie, want de reactanties van spoel en condensator heffen elkaar op. Dan houdt je alleen de verliesweerstand over en die is gegeven:  $50\ \Omega$ , antwoord C



Terug naar de opgave

Meer opgaven vind je in de examentraining bij dit hoofdstuk